Tópicos Avançados em IA

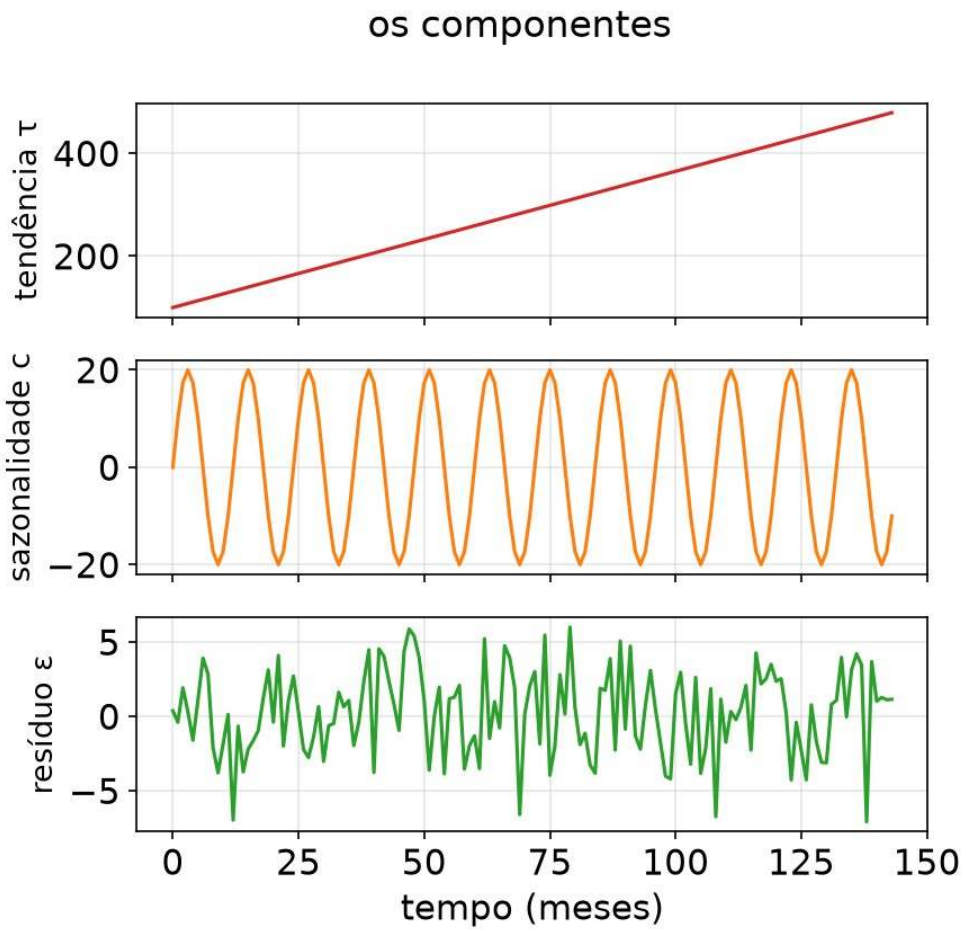
Prof. James Moraes de Almeida

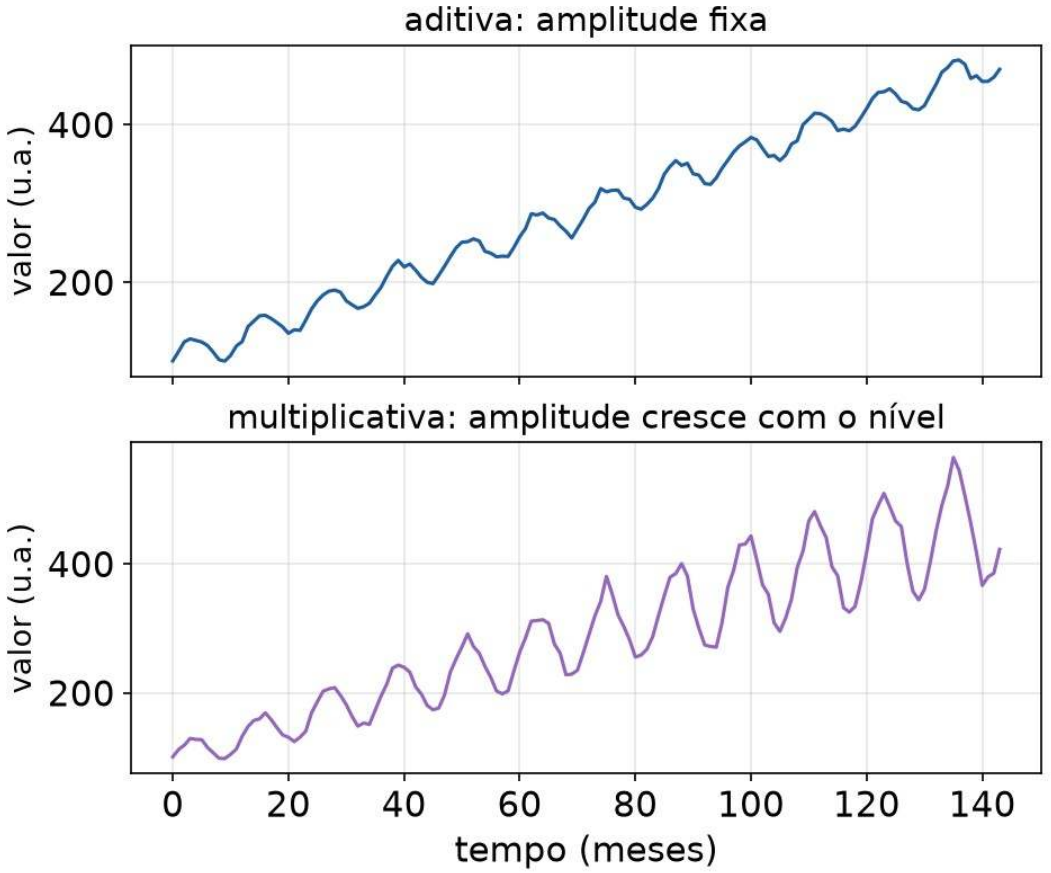
Cronograma

- Séries temporais:
  - 01/10/2026: O que são e decomposição.
  - 08/10/2026: Previsão.
  - 22/10/2026: Métodos de aprendizado de máquina.
- Aprendizado ativo e otimização bayesiana:
  - 29/10/2026: Aprendizado ativo.
  - 05/11/2026: Processos gaussianos e otimização bayesiana.
  - 12/11/2026: Transformers.
- 19/11/2026: Prova/Apresentação.

Séries Temporais

- A Aula 01 em uma figura

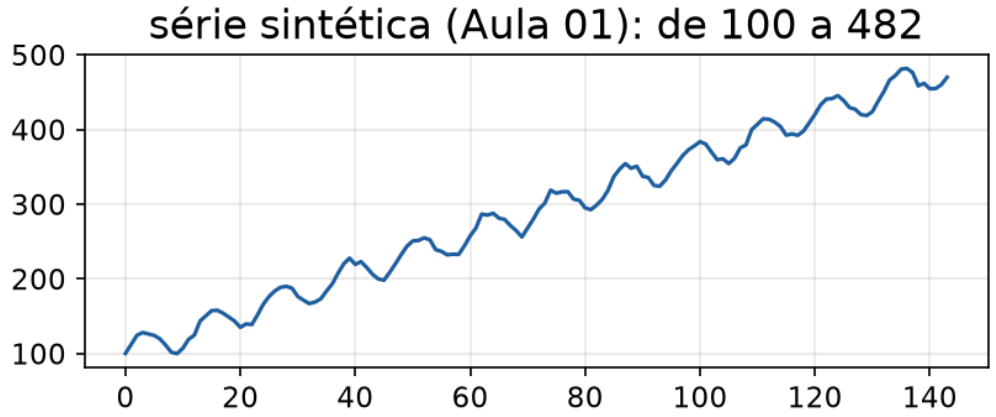


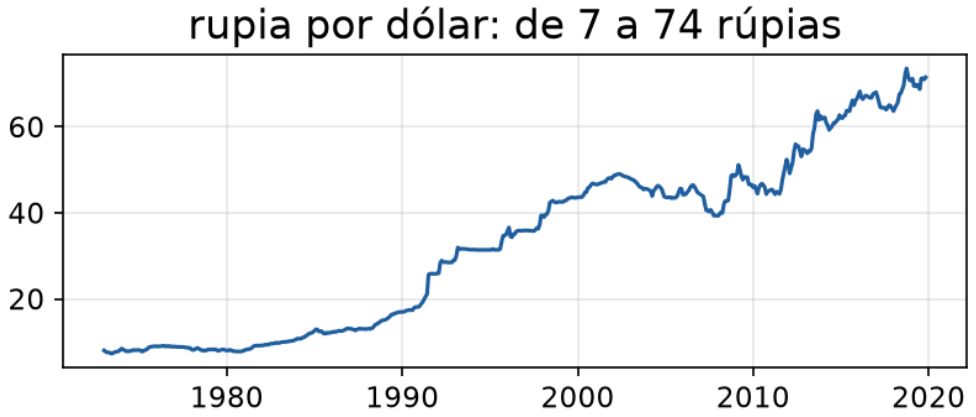


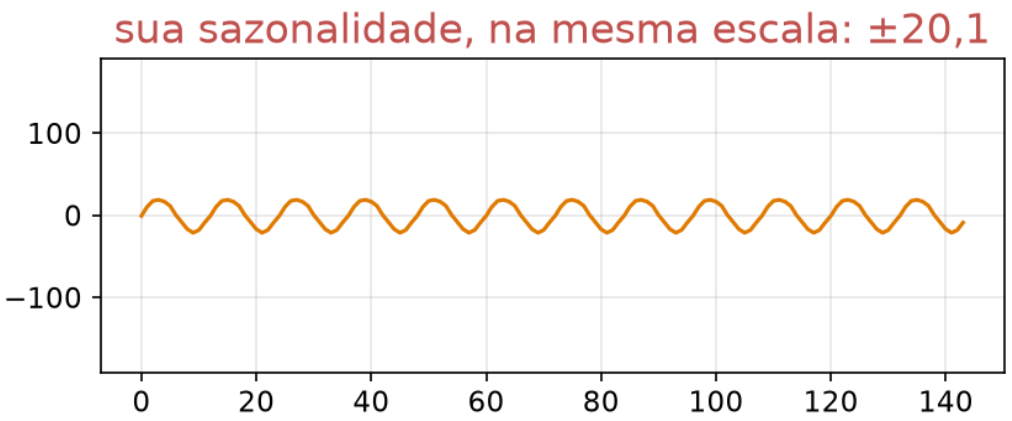
- série = tendência + sazonalidade + resíduo

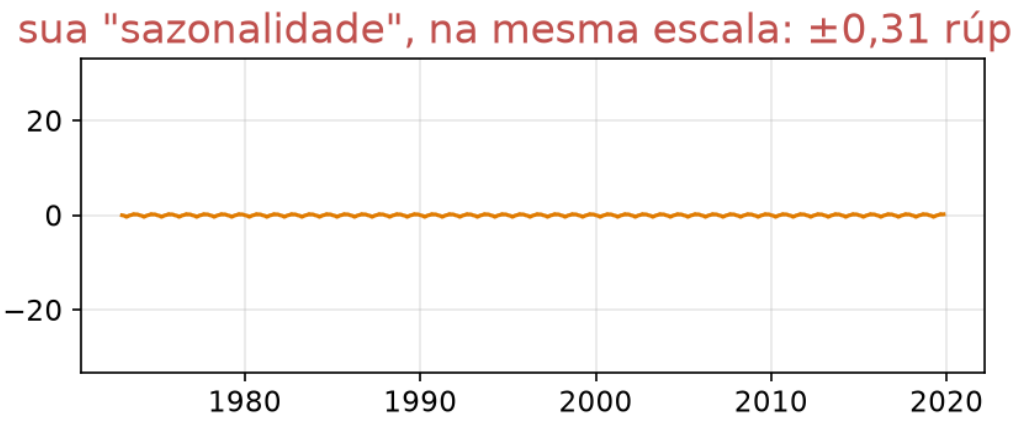
Séries Temporais

- Tem sazonalidade mesmo?





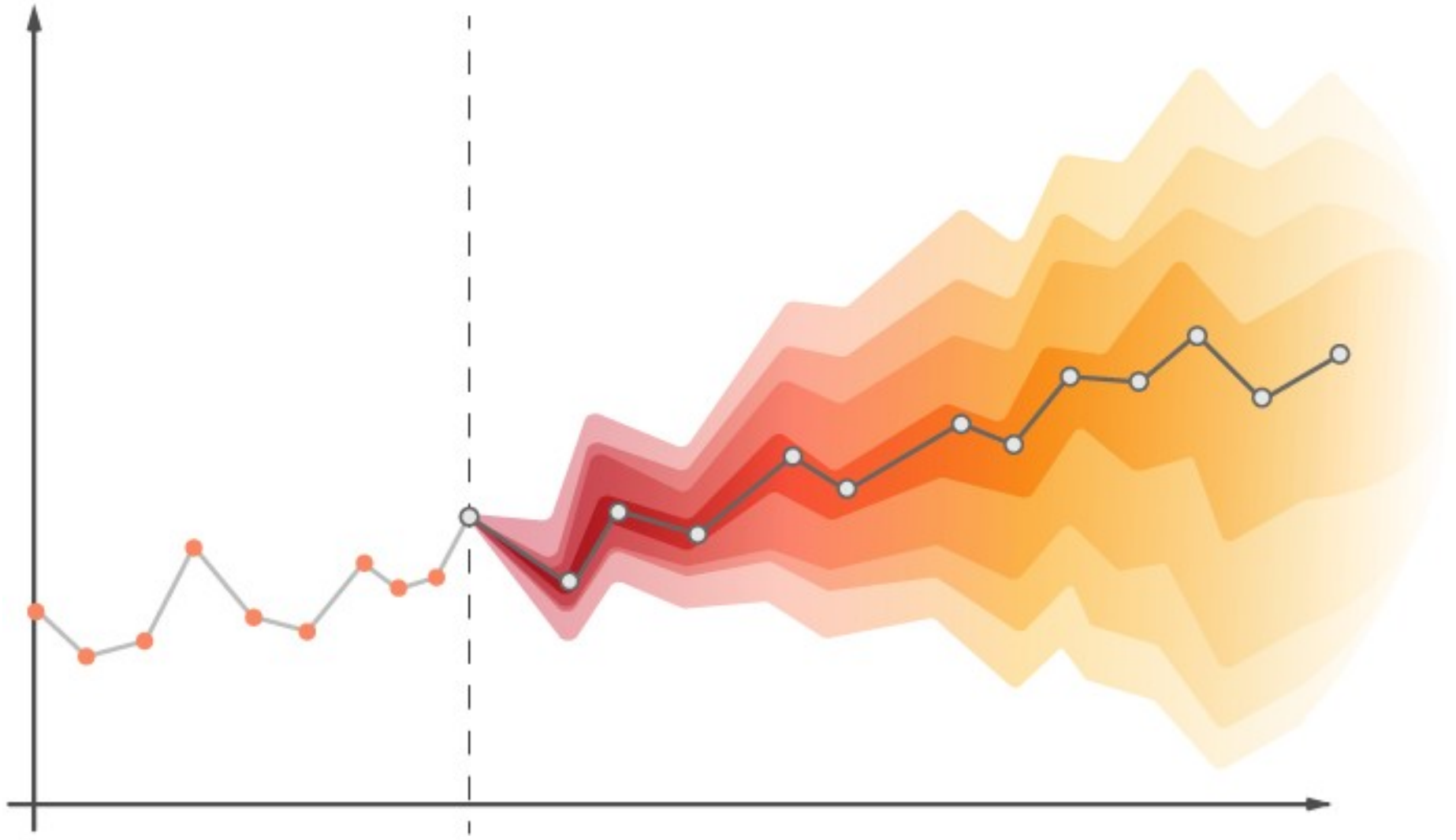




- A decomposição sempre devolve uma sazonalidade; na rupia ela é menor que o ruído.

Séries Temporais

- Previsão de séries temporais

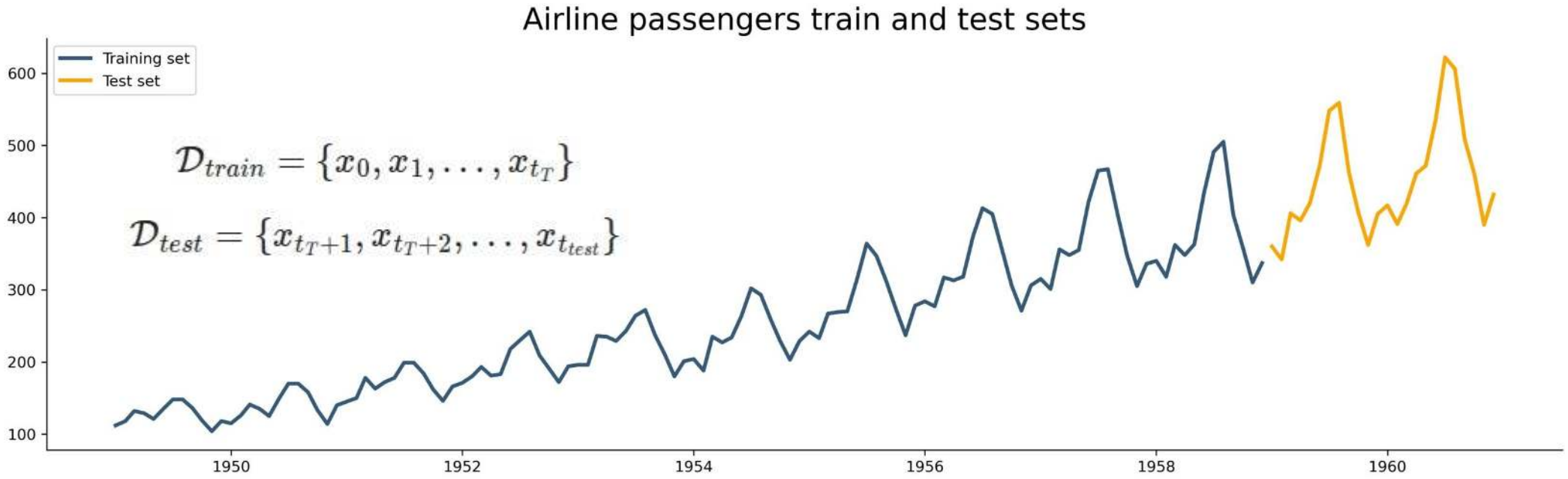


Séries Temporais

- Previsão de séries temporais.
  - A primeira coisa que precisamos é separar os conjuntos de treino e teste:
    - Já sabemos fazer isso professor, aprendemos no 2º semestre.
      - Ok, mas funciona uma separação aleatória para uma série temporal?

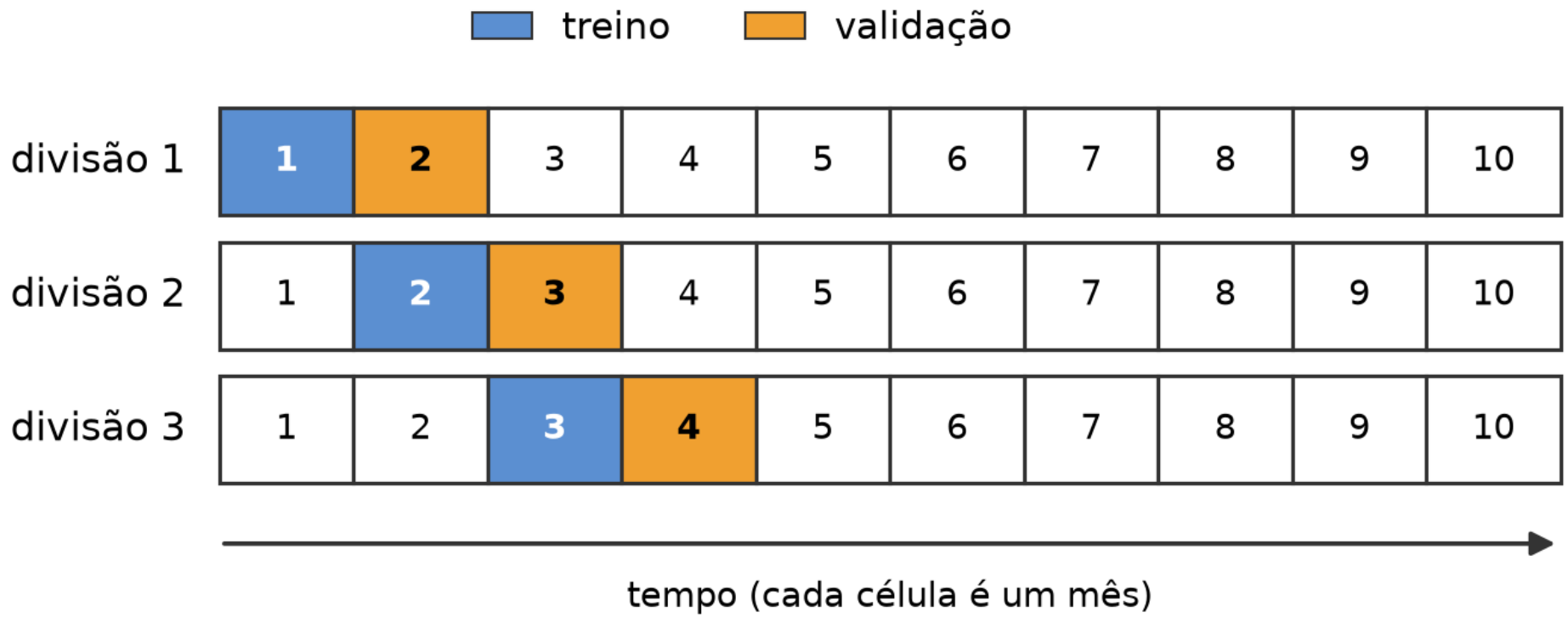
Séries Temporais

- Previsão de séries temporais.
  - A primeira coisa que precisamos é separar os conjuntos de treino e teste:
    - Já sabemos fazer isso professor, aprendemos no 2º semestre.
      - Ok, mas funciona uma separação aleatória para uma série temporal?
        - Não!
          - Temos que separar uma porção do “futuro”



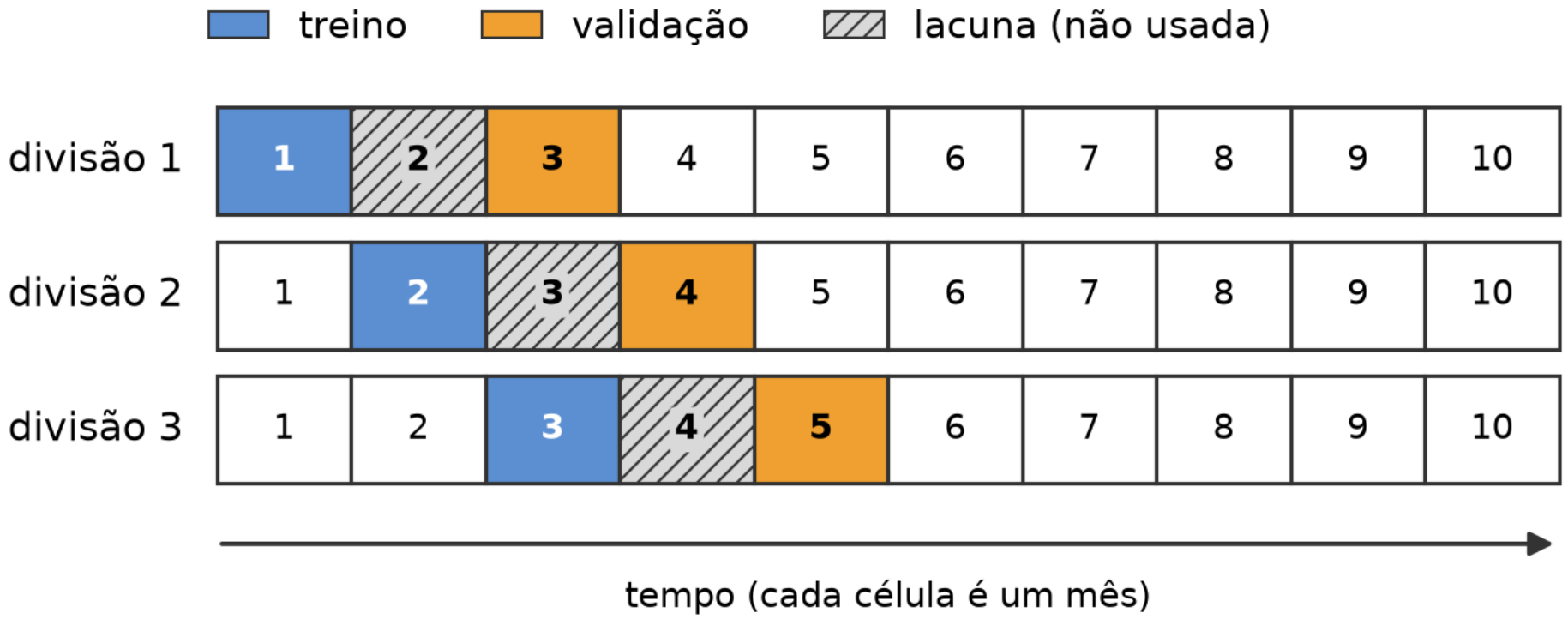
Séries Temporais

- Previsão de séries temporais.
  - A primeira coisa que precisamos é separar os conjuntos de treino e teste:
    - E se eu quero fazer validação cruzada?
      - Janela deslizante (sliding window).



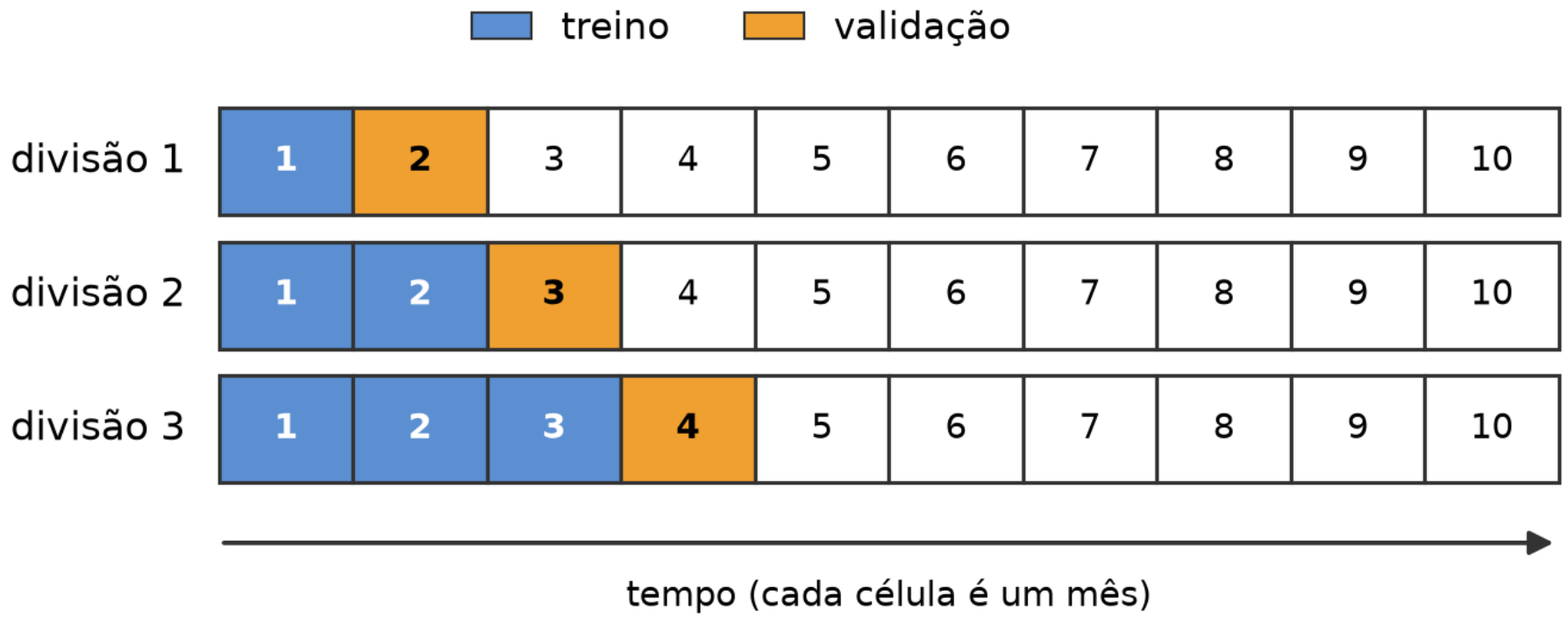
Séries Temporais

- Previsão de séries temporais.
  - A primeira coisa que precisamos é separar os conjuntos de treino e teste:
    - E se eu quero fazer validação cruzada?
      - Janela deslizante com lacuna (sliding window with gap).



Séries Temporais

- Previsão de séries temporais.
  - A primeira coisa que precisamos é separar os conjuntos de treino e teste:
    - E se eu quero fazer validação cruzada?
      - Janela em expansão (expanding window).



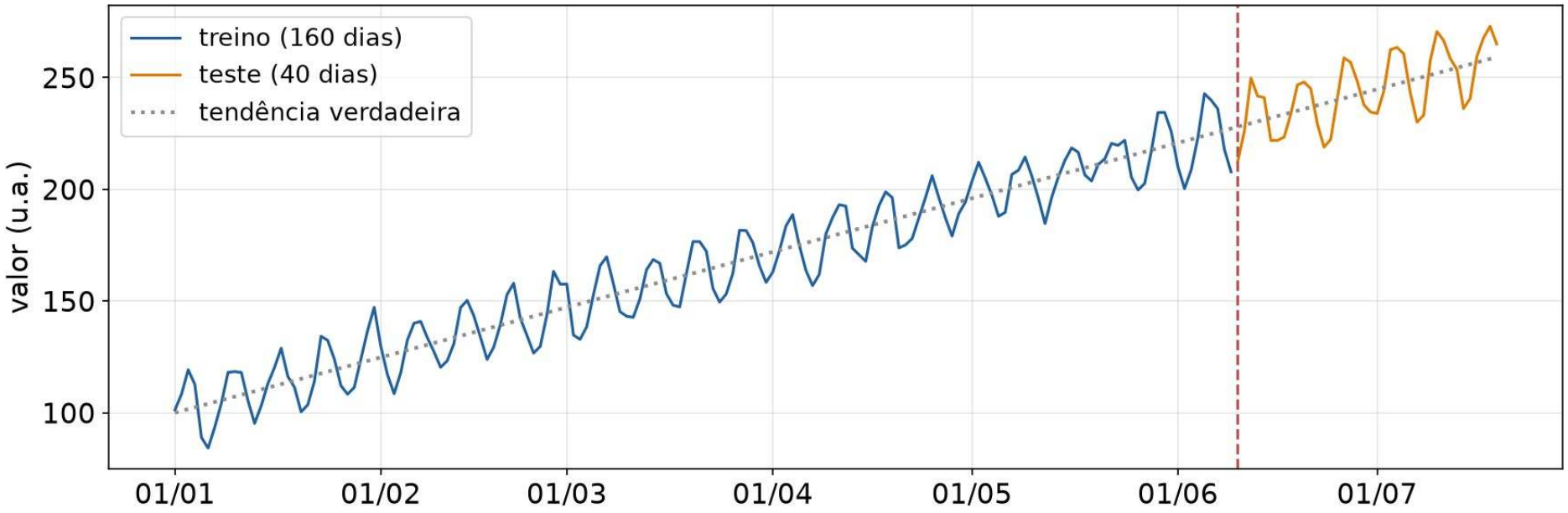
Séries Temporais

- Previsão de séries temporais.
  - A primeira coisa que precisamos é separar os conjuntos de treino e teste:
    - No Scikit-Learn, há um método específico para isso, o TimeSeriesSplit.
      - Aplica o método da janela em expansão.
    - Escrevi no Notebook da aula como gerar as diferentes divisões de teste e treino.

Séries Temporais

- A série desta aula

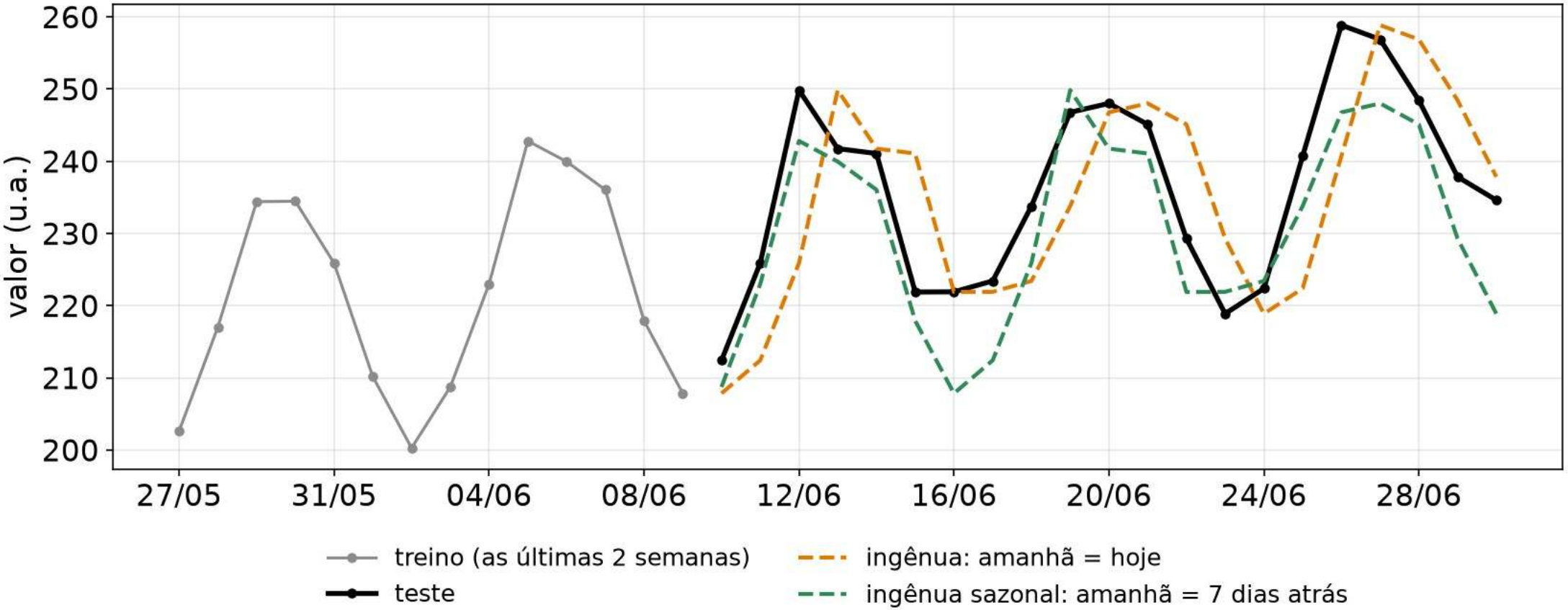
$$y_t = 100 + 0{,}8\,t + 15\ \mathrm{sen}\left(\frac{2\pi t}{7}\right) + \varepsilon_t, \qquad \varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0,\, 4^2), \qquad t = 0, 1, \ldots, 199 \text{ dias}$$



- u.a.: unidades arbitrárias. A série é sintética, não tem unidade física.

Séries Temporais

- Antes de qualquer modelo: ele ganha de uma regra boba?



- Walk-forward: prever um passo, revelar o valor real, repetir.

Séries Temporais

- Como comparar os modelos

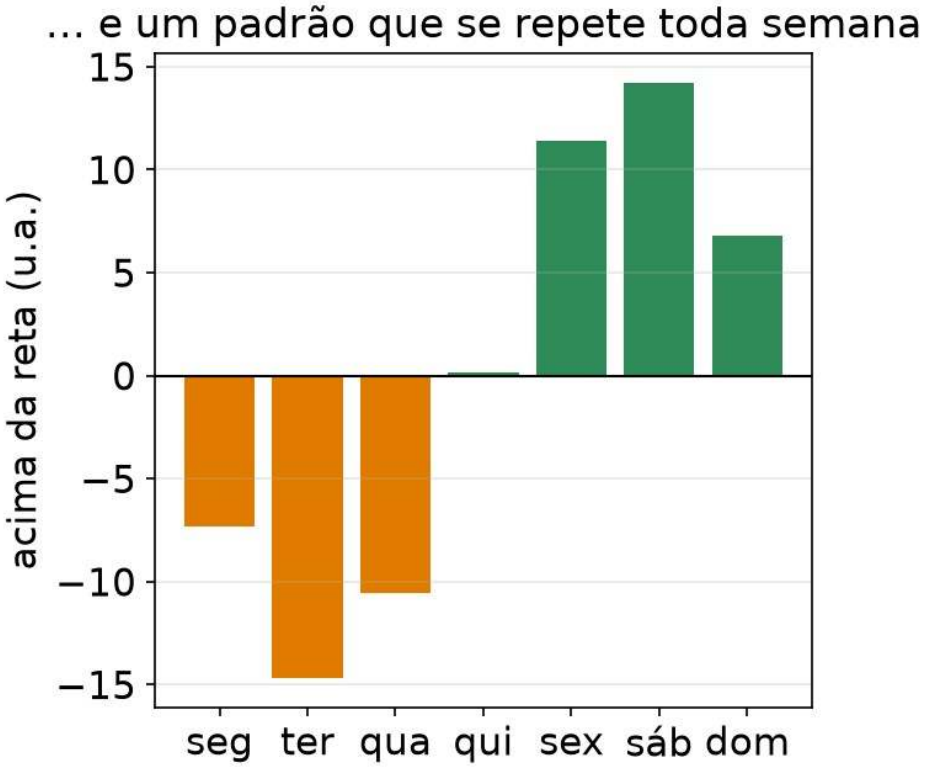
$$\text{MAE} = \frac{1}{n}\sum_t |e_t| \qquad \text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_t e_t^2}$$

$$\text{MASE} = \frac{\text{MAE}}{\text{MAE da ingênua sazonal no treino}}$$

- MAE (mean absolute error): o erro absoluto médio.
- RMSE (root mean squared error): a raiz do erro quadrático médio.
- MASE (mean absolute scaled error): o MAE escalado pela ingênua sazonal.
- MASE < 1: melhor que repetir a semana passada. Não tem unidade.

Séries Temporais

- Olhando a série: uma reta e um padrão semanal

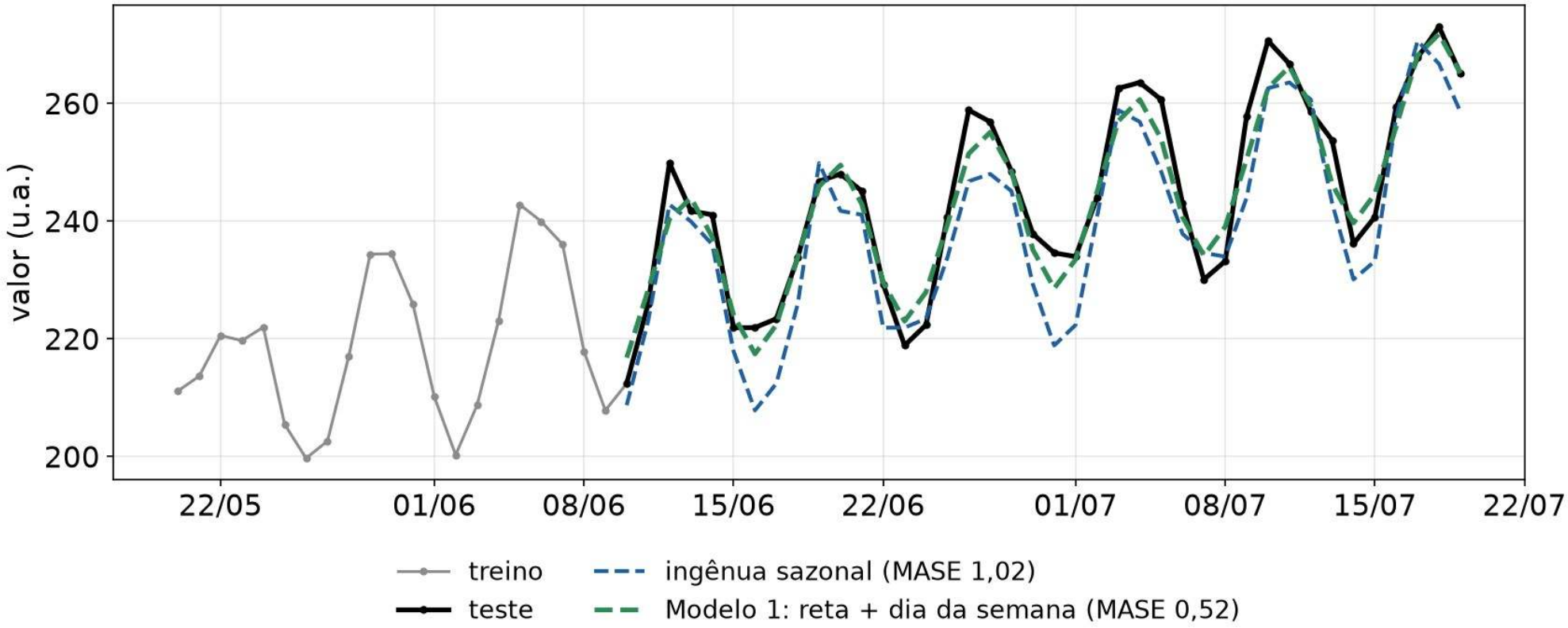


- O que se vê já é um modelo: tendência + sazonalidade, como na Aula 01.

Séries Temporais

- Modelo 1: reta + dia da semana

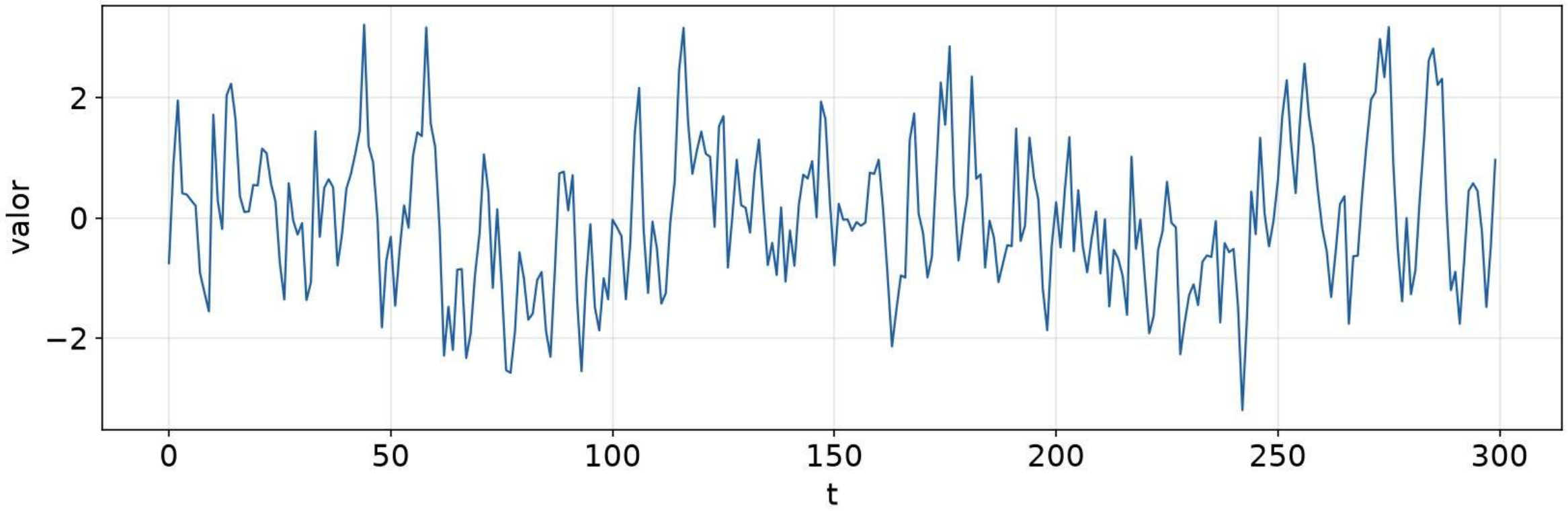
$$y_t = a + b\,t + c_{\mathrm{dia}(t)} + \varepsilon_t$$



- Só olhando a série: MASE 0,52, metade do erro da ingênua sazonal.

Séries Temporais

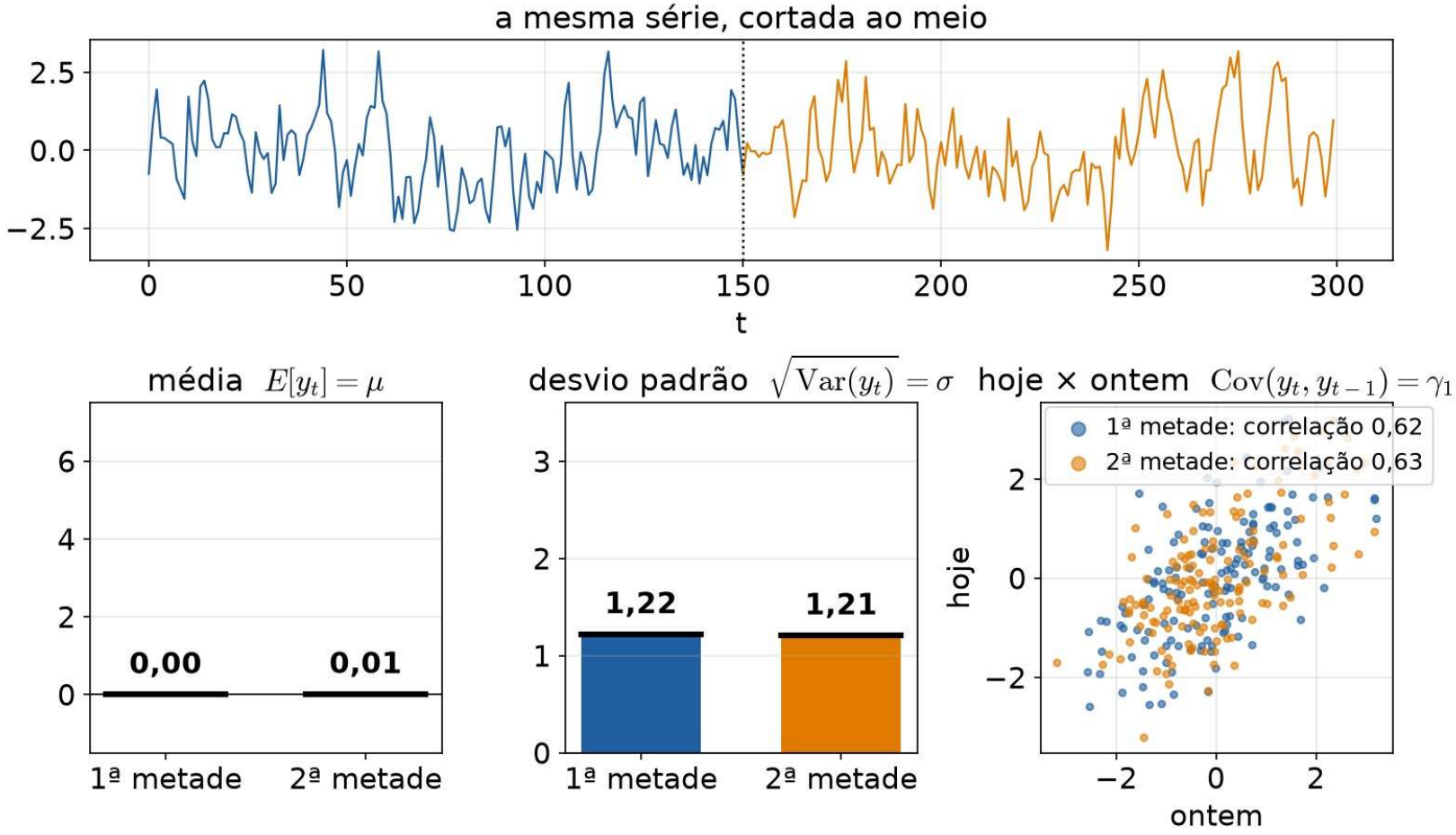
- Como é uma série estacionária?



- O que sobra de um bom modelo deveria ser assim. O que muda aqui? E o que não muda?

Séries Temporais

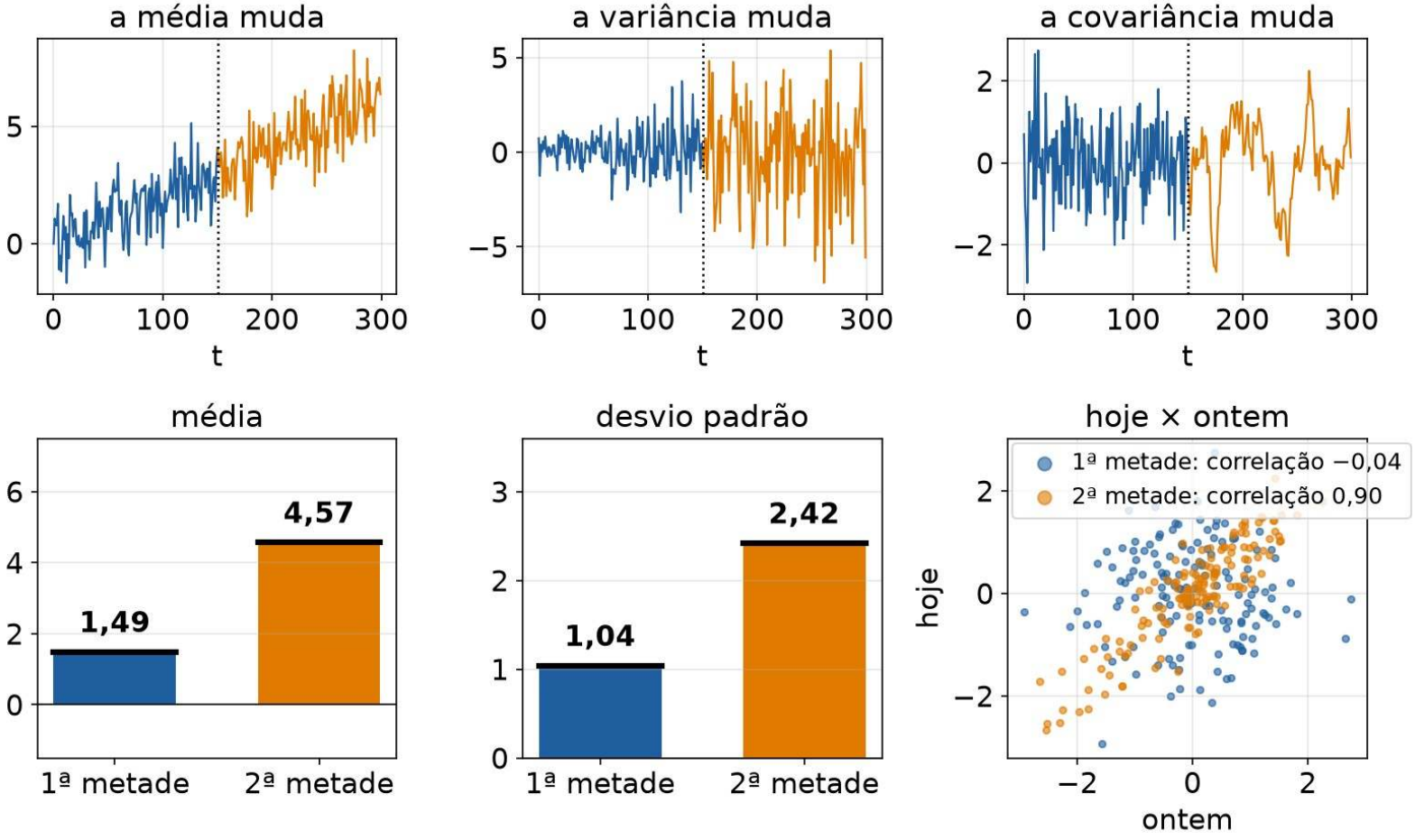
- Estacionária: as duas metades dão o mesmo



- Média, variância e covariância não dependem do instante t.

Séries Temporais

- Não estacionária: alguma coisa muda com o tempo

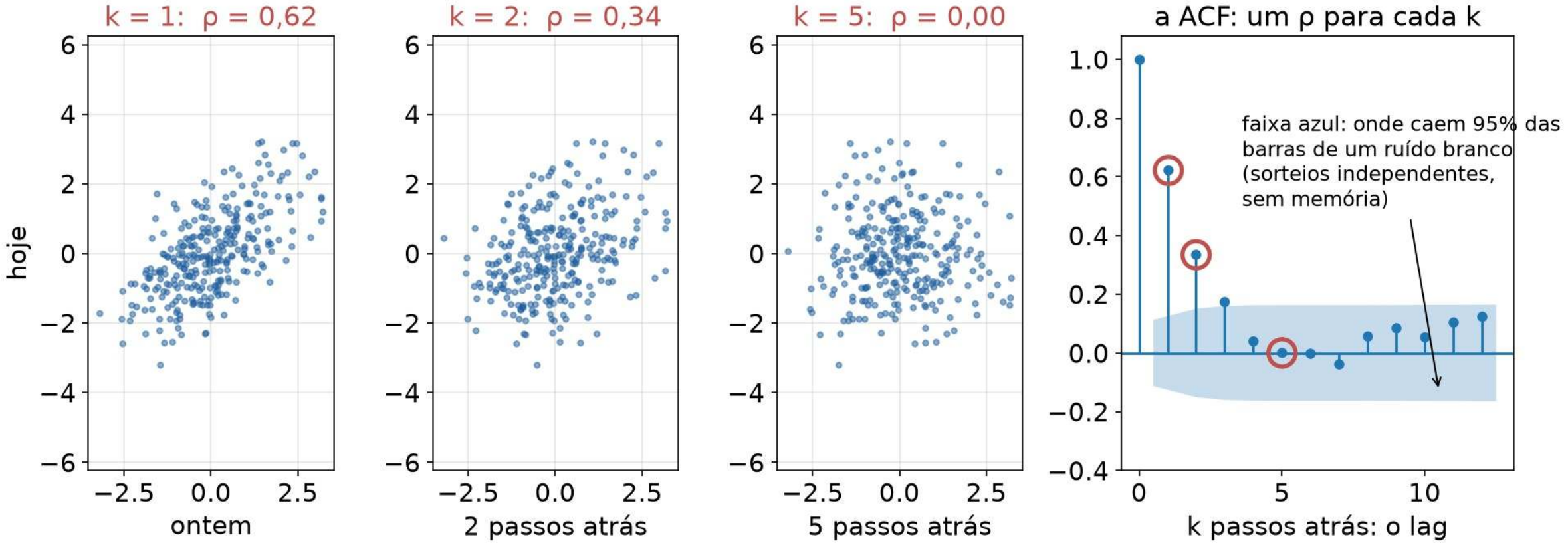


- A mesma régua: em cada série, uma das três medidas muda entre as metades.

Séries Temporais

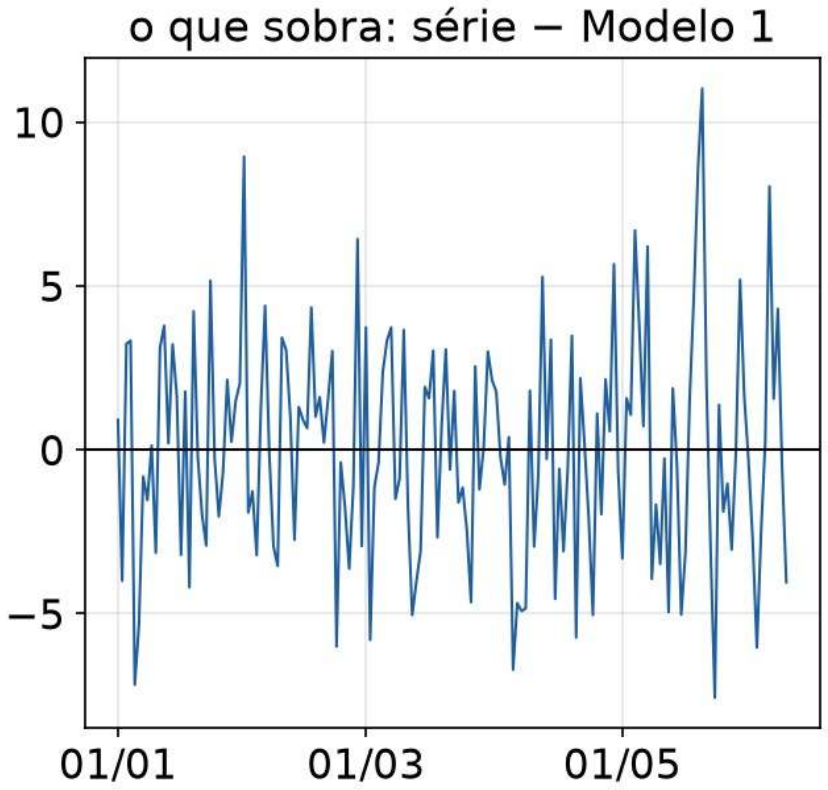
- ACF, função de autocorrelação: a série comparada com ela mesma, k passos atrás

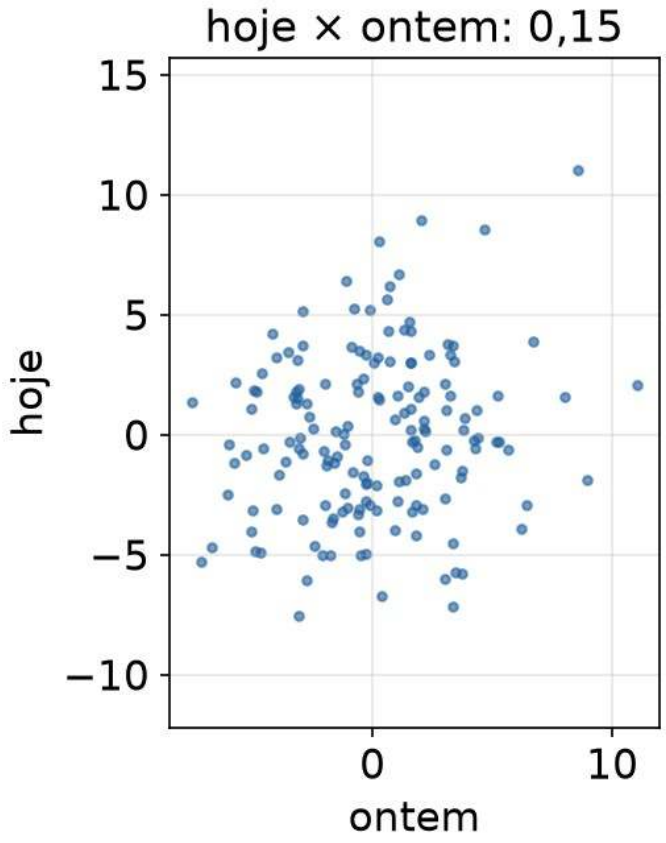
$$\rho_k = \frac{\mathrm{Cov}(y_t,\ y_{t-k})}{\mathrm{Var}(y_t)}$$

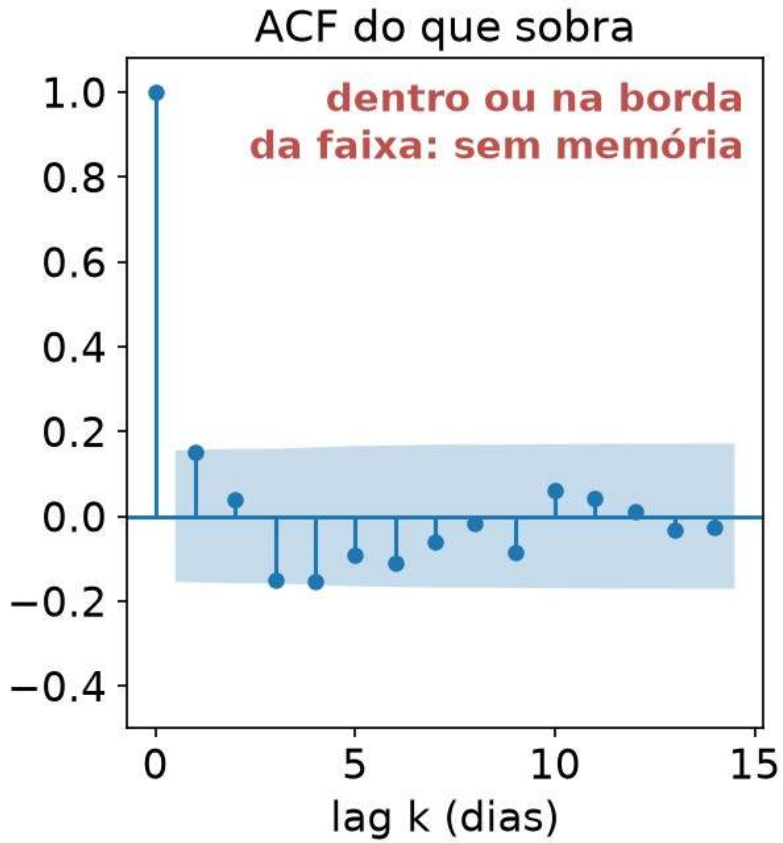


Séries Temporais

- O que sobra do Modelo 1 tem memória?



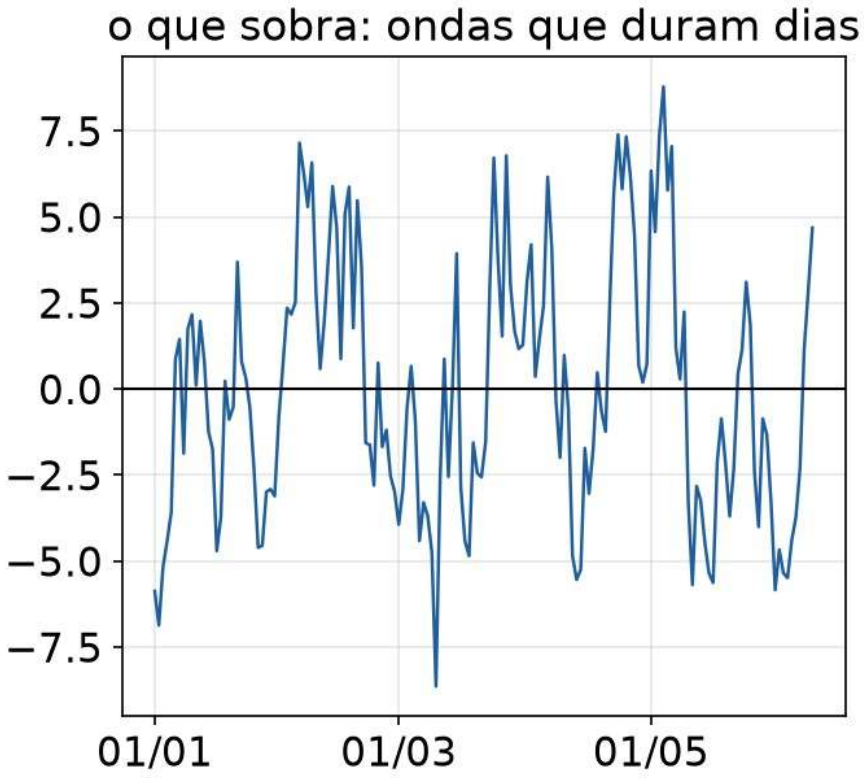


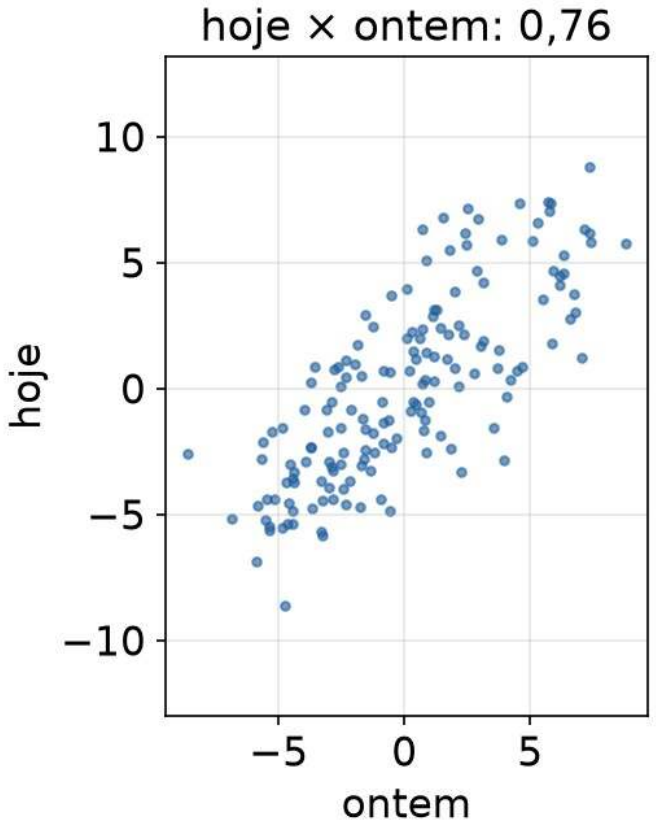


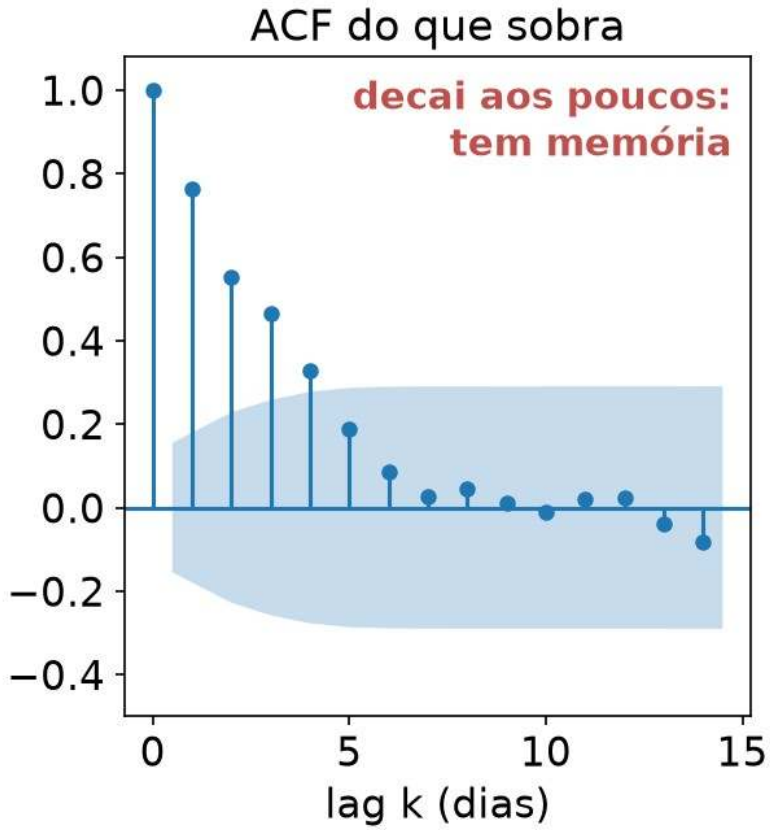
- Não: o que sobra é ruído branco. Para esta série, o Modelo 1 basta.

Séries Temporais

- Outra série: o que sobra tem memória





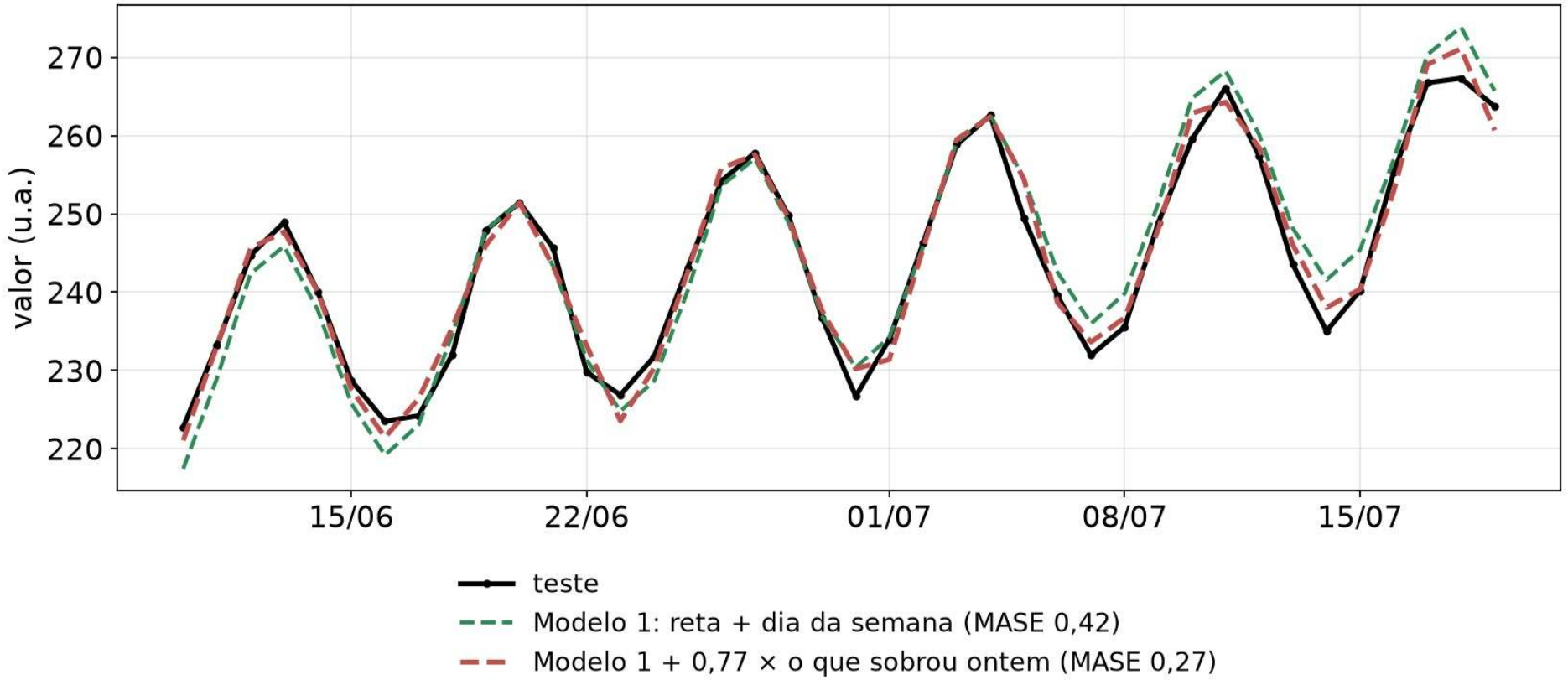


- Mesma reta e mesmo padrão semanal; o ruído agora carrega o dia anterior.

Séries Temporais

- Usar a memória: somar o que sobrou ontem

$$\hat{y}_t = \text{Modelo } 1_t + \phi \cdot (y_{t-1} - \text{Modelo } 1_{t-1})$$

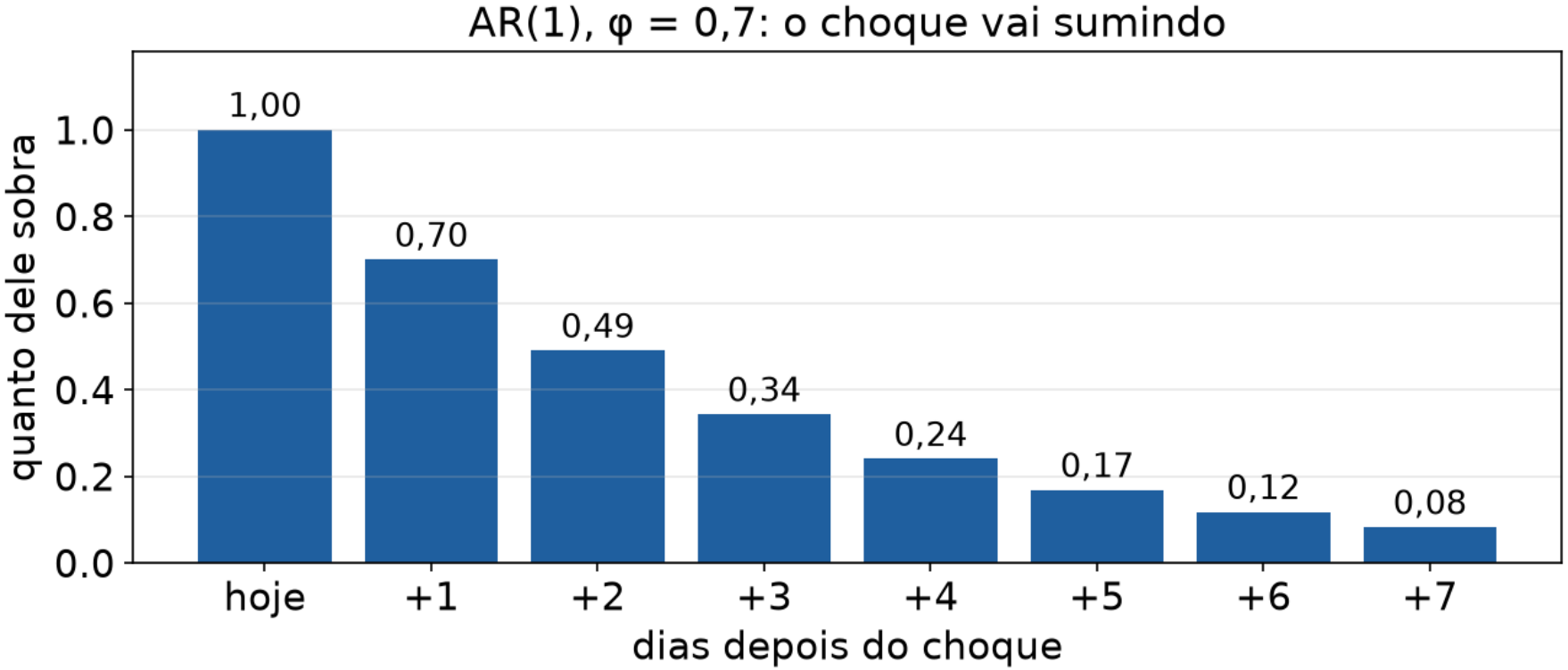


- MASE de 0,42 para 0,27. Isso é um modelo autorregressivo (AR) no que sobra.

Séries Temporais

- Autorregressivo (AR): o choque vai sumindo

$$y_t = 0{,}7\, y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad \text{em geral, AR}(p): \quad y_t = \phi_1 y_{t-1} + \cdots + \phi_p\, y_{t-p} + \varepsilon_t$$

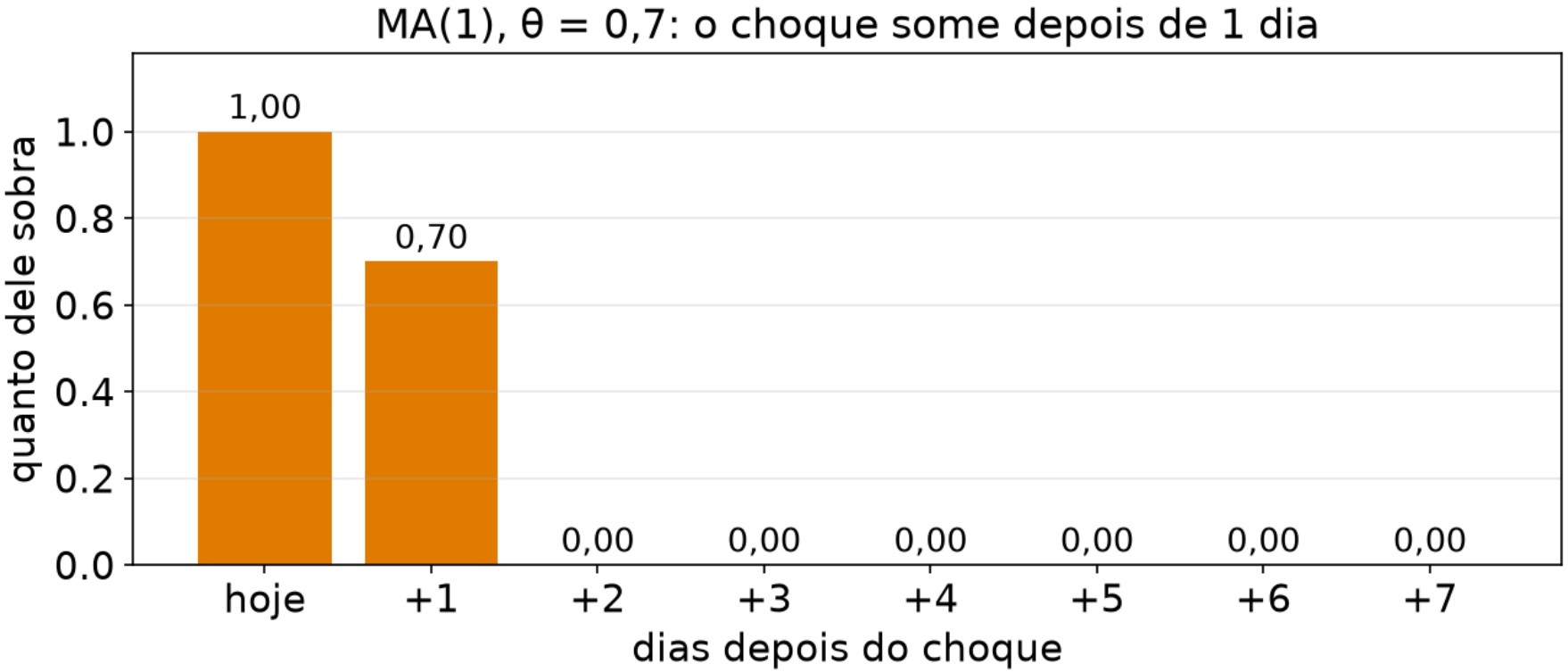


- ε: o choque, um sorteio novo e independente a cada instante (ruído branco).
- Um choque de hoje pesa 0,7 amanhã, 0,49 depois de amanhã: a memória decai.

Séries Temporais

- Média móvel (MA): o choque some depois de q dias

$$y_t = \varepsilon_t + 0{,}7\,\varepsilon_{t-1} \qquad \text{em geral, } \mathrm{MA}(q): \quad y_t = \varepsilon_t + \theta_1\varepsilon_{t-1} + \cdots + \theta_q\,\varepsilon_{t-q}$$



- Não é a média móvel da Aula 01: é uma regressão nos choques passados.

Séries Temporais

- ARMA(p, q): as duas memórias juntas

$$y_t = \underbrace{\phi_1 y_{t-1} + \cdots + \phi_p\, y_{t-p}}_{\text{valores passados (AR)}} + \varepsilon_t + \underbrace{\theta_1 \varepsilon_{t-1} + \cdots + \theta_q\, \varepsilon_{t-q}}_{\text{choques passados (MA)}}$$

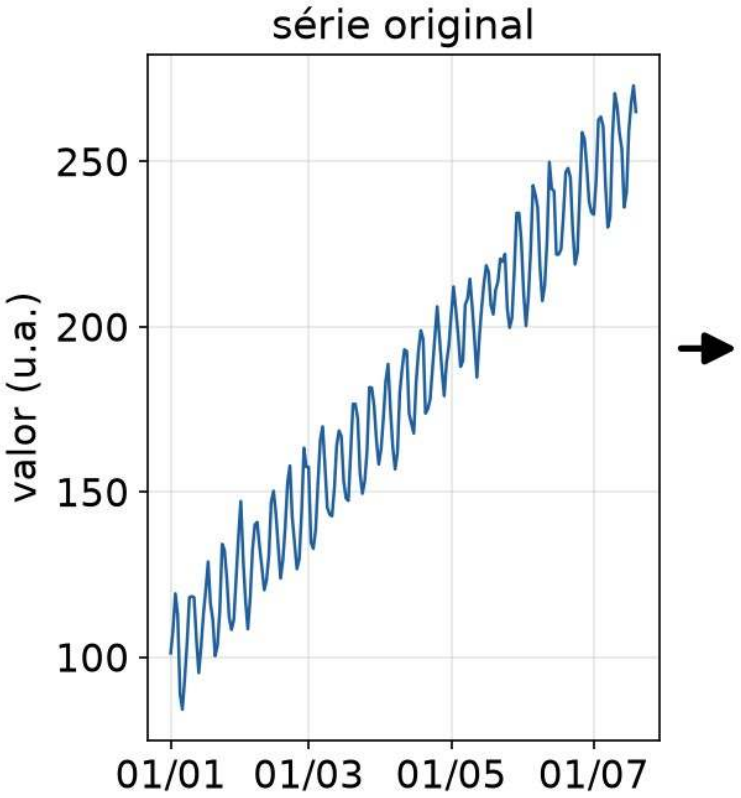
símbolo	o que é
p	quantos valores passados entram
q	quantos choques passados entram
φ e θ	os pesos, estimados dos dados

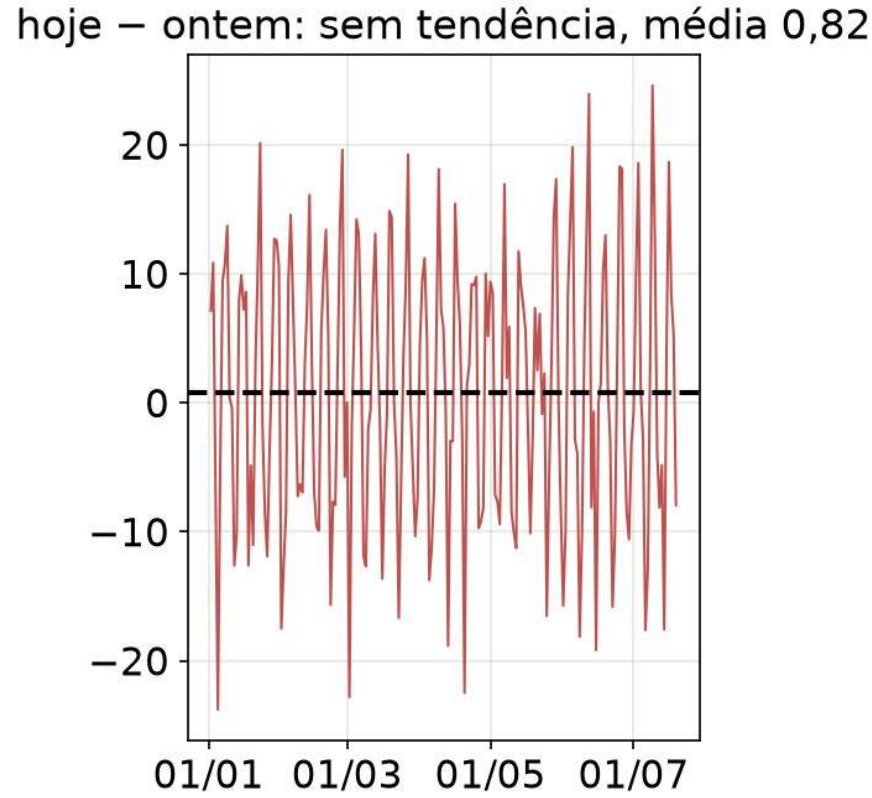
Séries Temporais

- Outro jeito de tirar a tendência: hoje menos ontem

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$$

dia	hoje	ontem	hoje − ontem
01/01	101,2		
02/01	108,4	101,2	**7,2**
03/01	119,2	108,4	**10,8**
04/01	112,7	119,2	**−6,5**
05/01	88,9	112,7	**−23,8**
06/01	84,2	88,9	**−4,7**
07/01	93,6	84,2	**9,4**

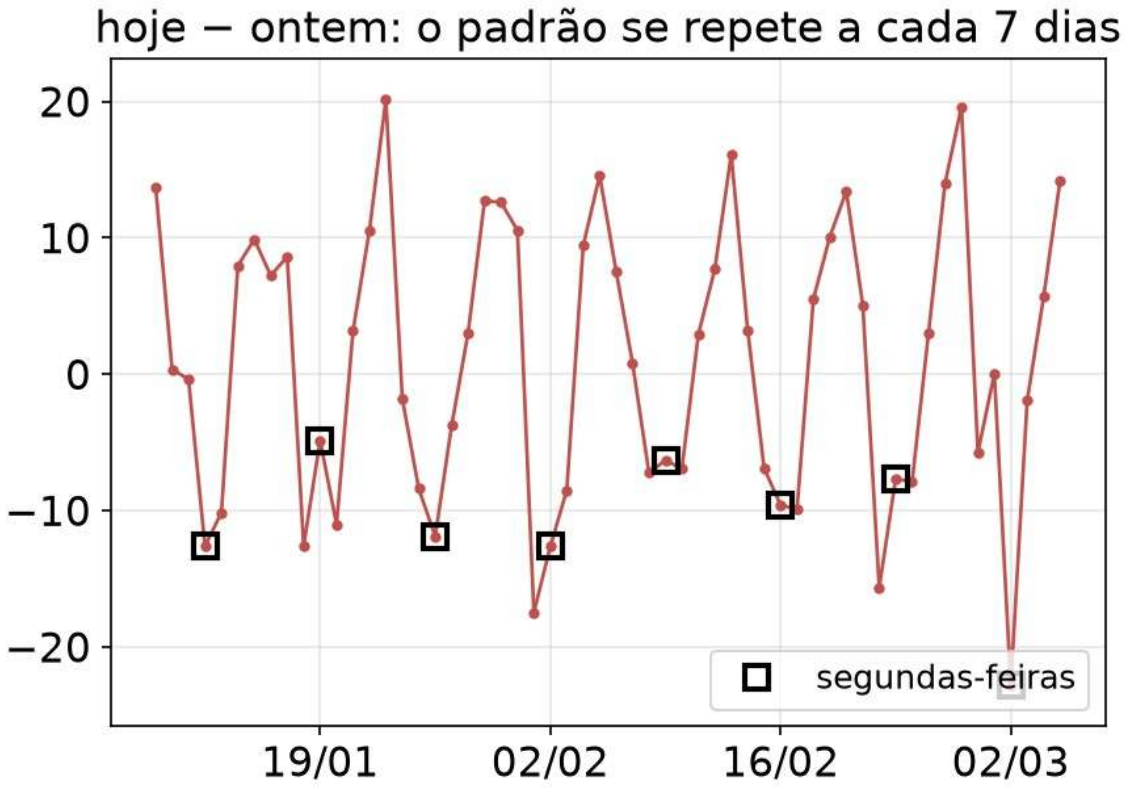


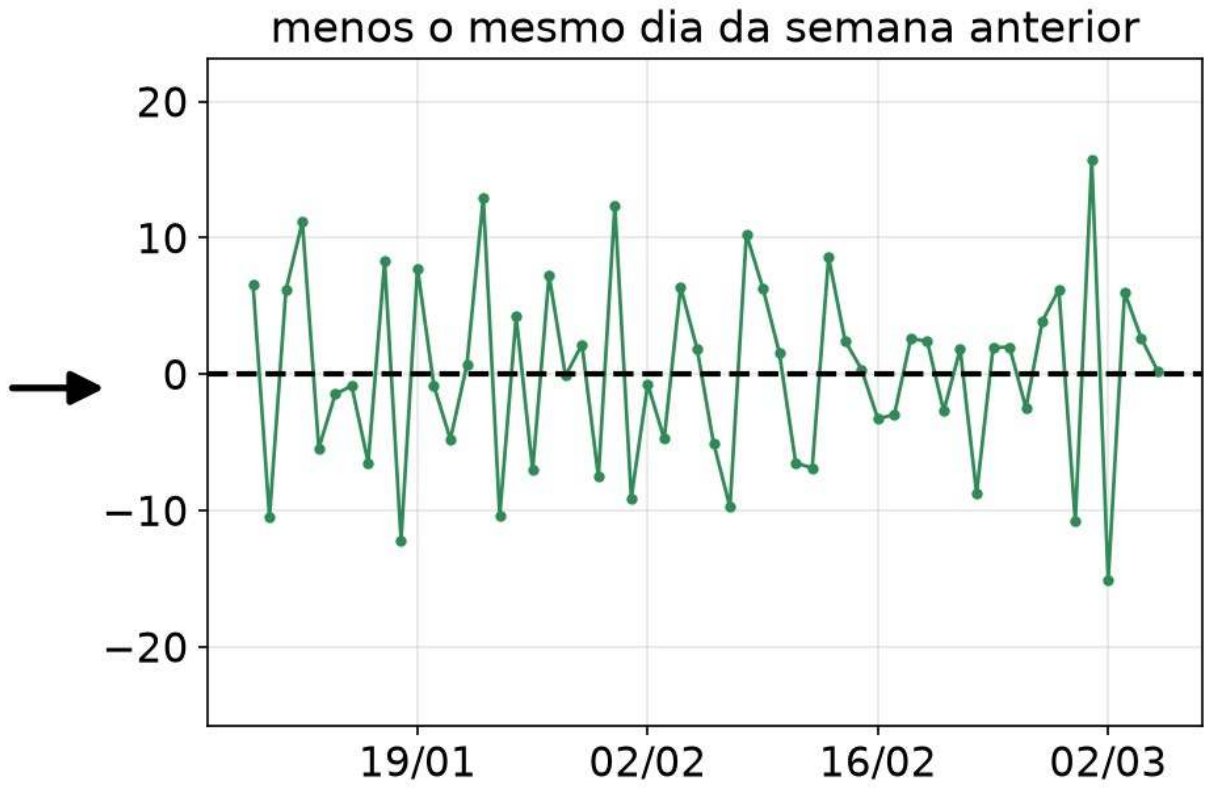


Séries Temporais

- Diferença sazonal: menos o mesmo dia da semana anterior

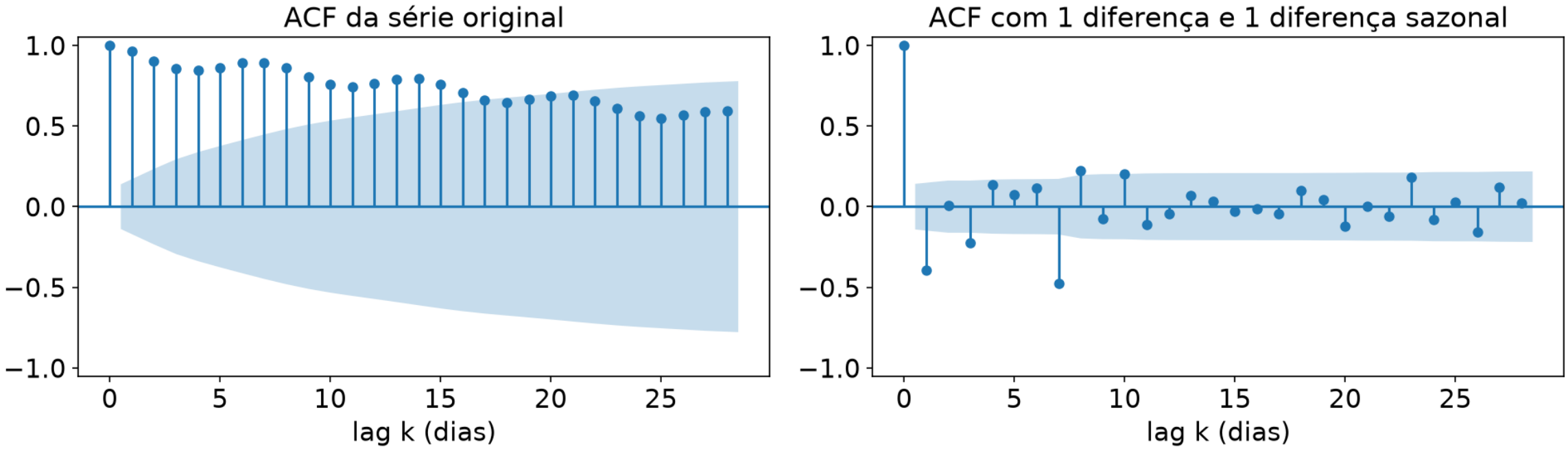
$$\Delta y_t - \Delta y_{t-7}$$





Séries Temporais

- Série não estacionária: a ACF decai devagar

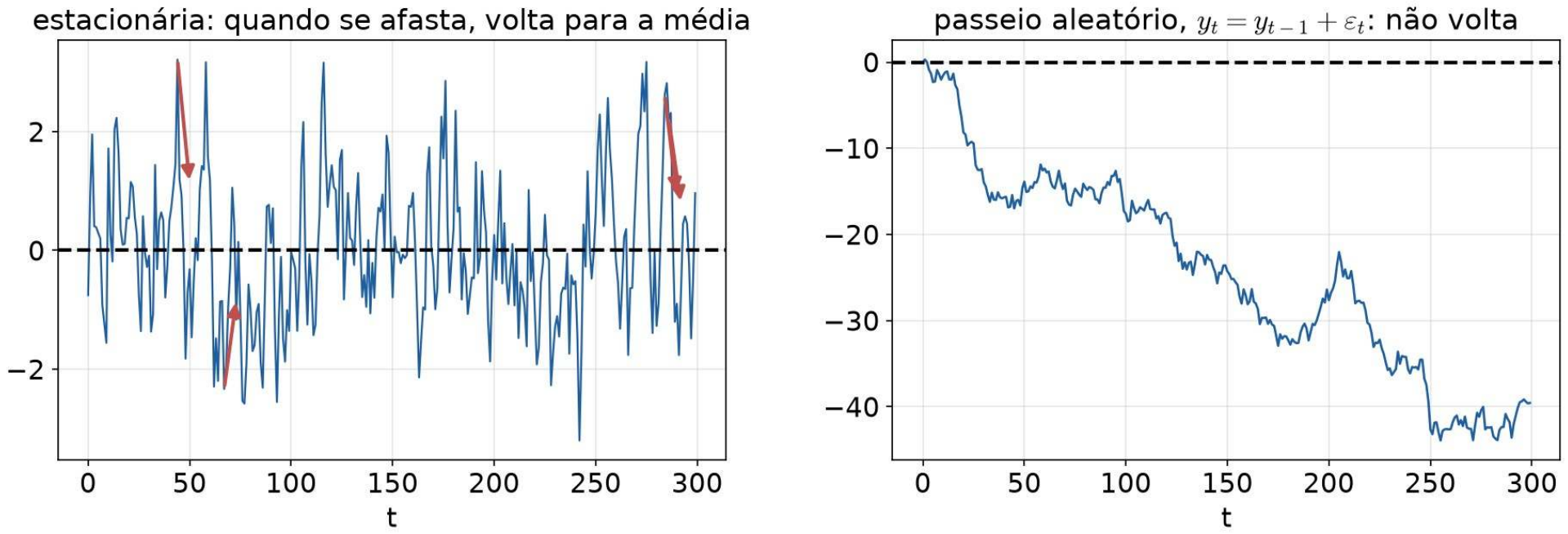


- Depois das duas diferenças, a ACF cai logo: sobram picos isolados nos lags 1 e 7.

Séries Temporais

- Teste ADF (Dickey-Fuller aumentado): a série volta para a média?

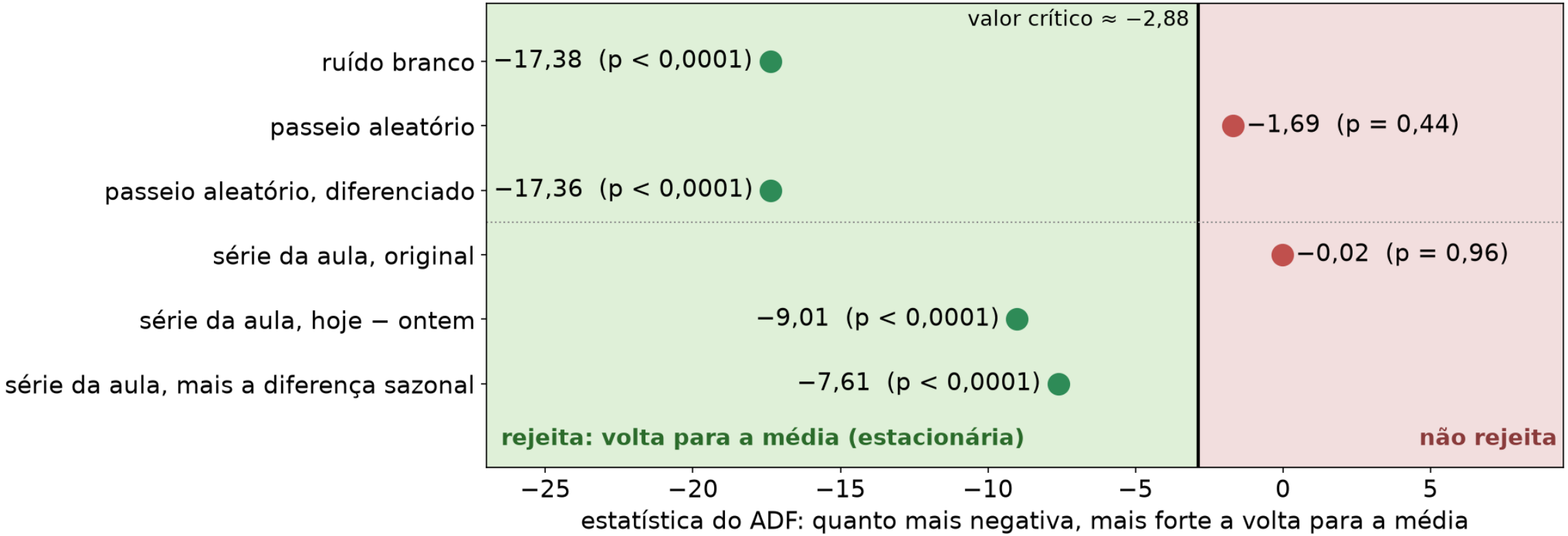
$$\Delta y_t = \alpha + \gamma\, y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \delta_i\, \Delta y_{t-i} + \varepsilon_t$$



- γ < 0: volta, estacionária. γ = 0: não volta, como o passeio aleatório.

Séries Temporais

- O ADF em seis séries



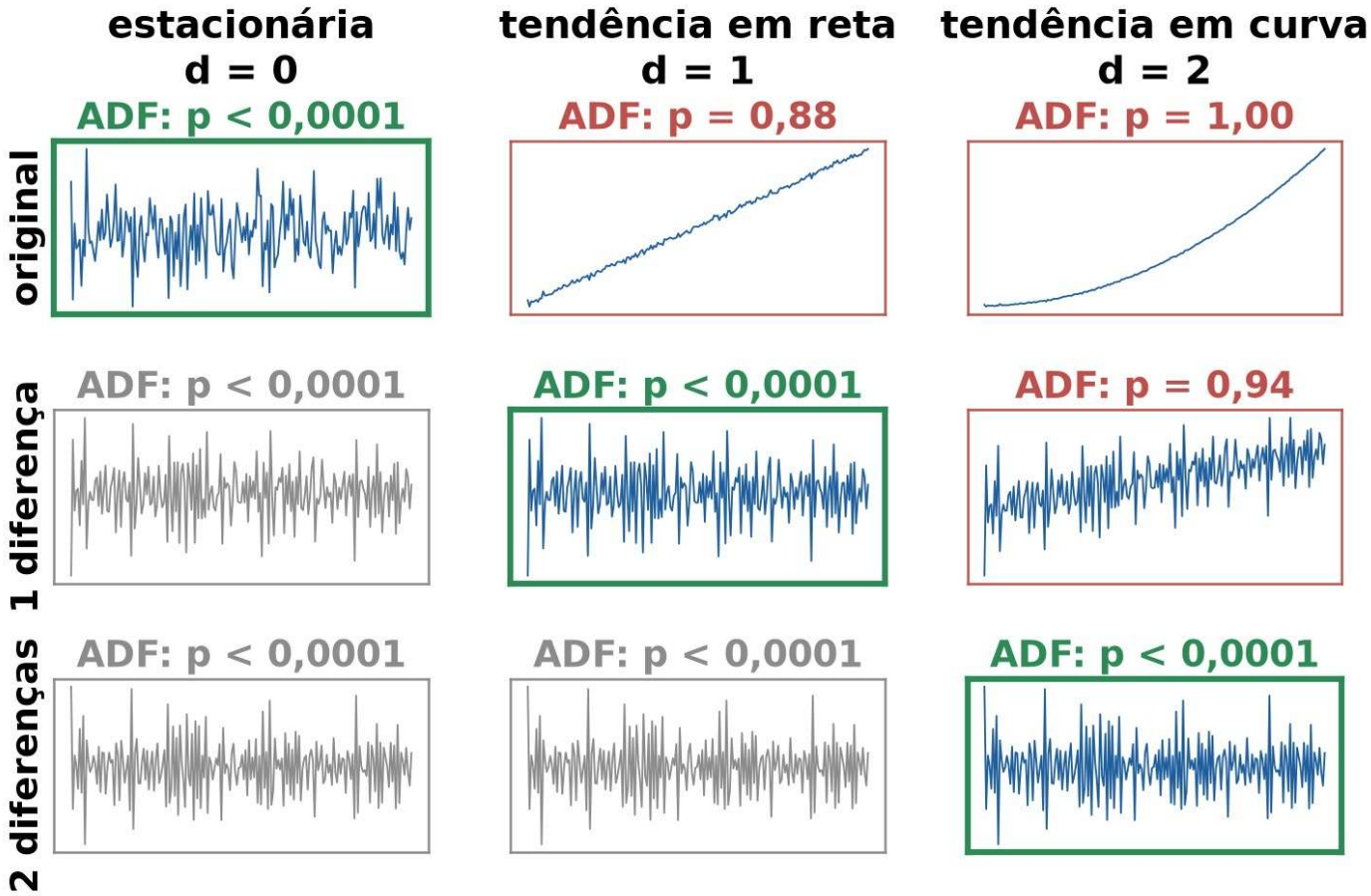
- Nas três de cima sabemos a resposta, e o teste acerta.

Séries Temporais

- Predições!
  - Vamos começar com o método ARIMA:
    - **A**uto**r**egressive **I**ntegrated **M**oving **A**verage.
    - ARIMA(p,d,q)
      - p: nº de valores passados (lag).
        - Ex.: p = 1 usa só o valor de ontem.
      - d: nº de diferenças, já vistas.
        - Para deixar os dados estacionários.
      - q: nº de erros passados no modelo.

Séries Temporais

- d: quantas vezes aplicar "hoje menos ontem"



$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$$

$$\Delta^2 y_t = \Delta y_t - \Delta y_{t-1}$$

$$d = \min\{\, k : \Delta^k y_t \text{ é estacionária} \,\}$$

- Cada diferença baixa o grau da tendência:

$$a + bt \xrightarrow{\Delta} b \qquad (d = 1)$$

$$a + bt + ct^2 \xrightarrow{\Delta} b - c + 2ct \xrightarrow{\Delta} 2c \qquad (d = 2)$$

- Na série da aula a tendência é uma reta: d = 1.

Séries Temporais

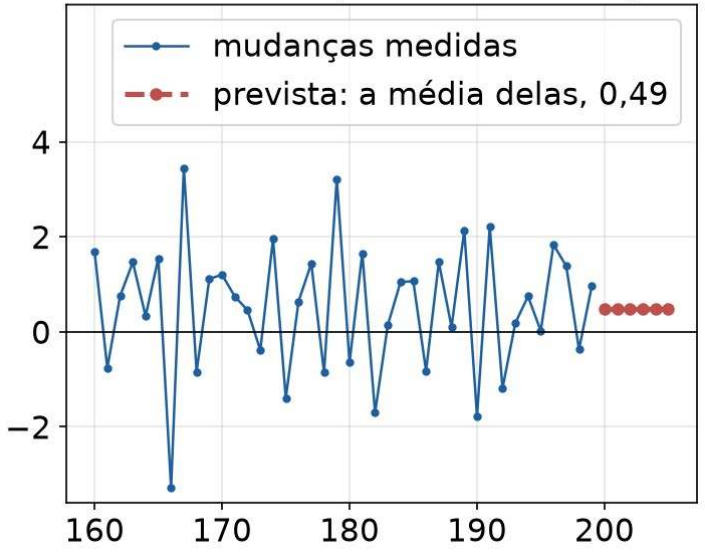
- ARIMA(p, d, q): prever a mudança e somar de volta

$$y'_t = \text{a série depois de } d \text{ diferenças, prevista por um ARMA}(p,\, q) \qquad \hat{y}_{t+1} = y_t + \hat{y}'_{t+1} \quad (d = 1)$$

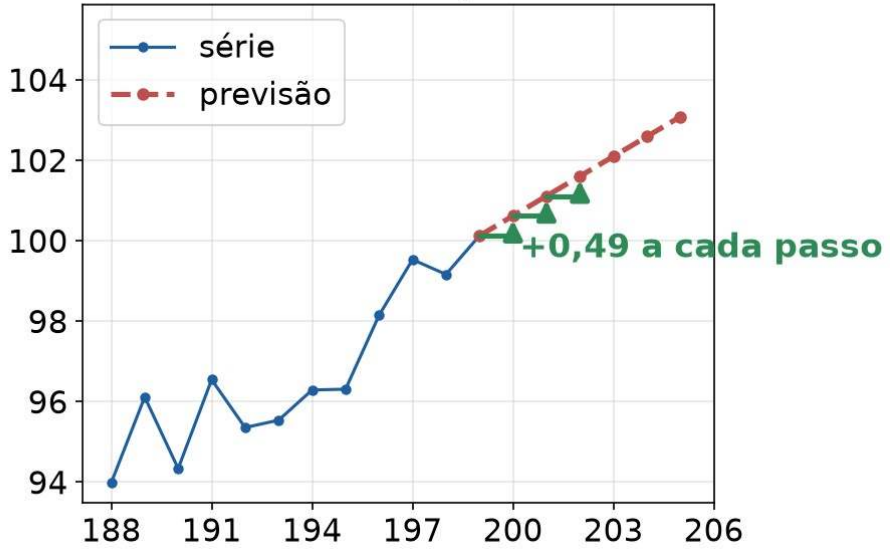
$$\text{mudança prevista} = \text{média das mudanças} = \frac{y_{199} - y_0}{199} = \frac{100{,}12 - 2{,}04}{199} = 0{,}49 \qquad (\text{inclinação verdadeira: } 0{,}5)$$

a série com tendência em reta do slide anterior: 0,5·t + ruído

1. o modelo prevê a mudança



2. somando de volta: a previsão da série

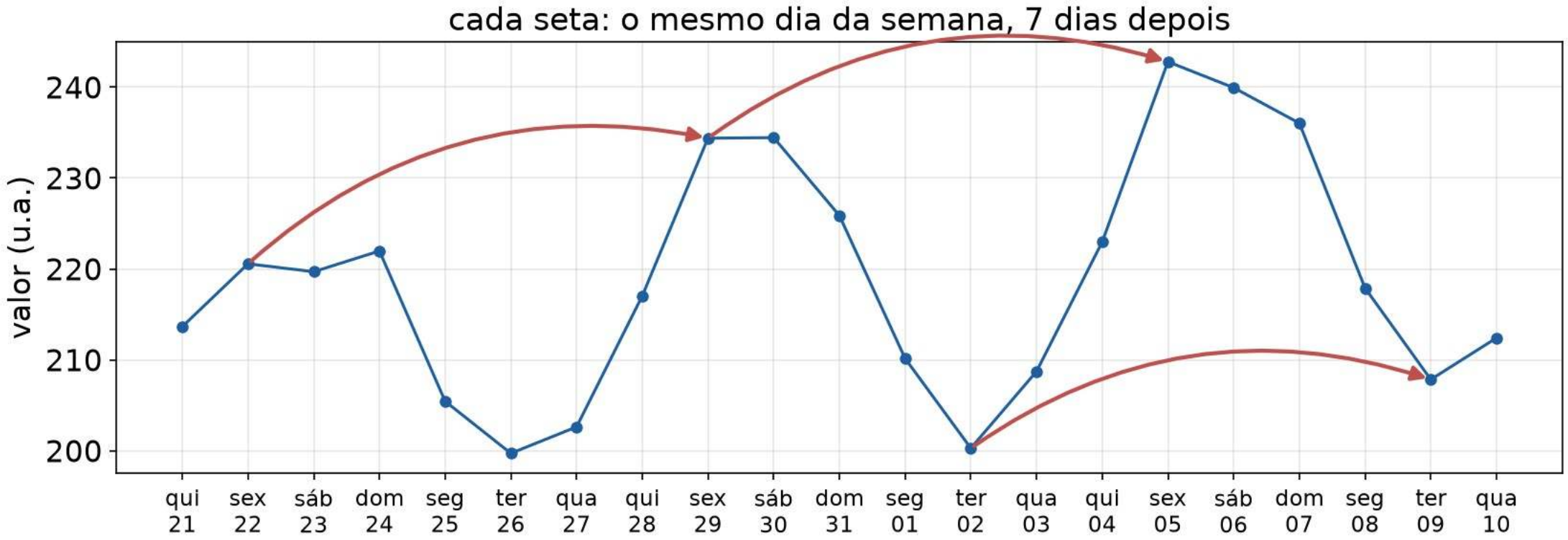


- Somar de volta é o I de ARIMA (integrated). No código: ARIMA(y, order=(p, d, q)).

Séries Temporais

- SARIMA, o ARIMA sazonal: a sazonalidade também tem memória

$$y_t = y_{t-m} + \varepsilon_t$$



- m vem do calendário: diário 7 · mensal 12 · horário 24

Séries Temporais

- P e Q: AR e MA no lag do período

$$\underbrace{y_t = \Phi_1 \, y_{t-m} + \varepsilon_t}_{P=1} \qquad \underbrace{y_t = \varepsilon_t + \Theta_1 \, \varepsilon_{t-m}}_{Q=1}$$

  - P: hoje depende do mesmo dia do período anterior.
  - Q: hoje carrega o choque do mesmo dia do período anterior.

Séries Temporais

- O modelo da aula: SARIMA (p=0, d=1, q=1)(P=0, D=1, Q=1, m=7)

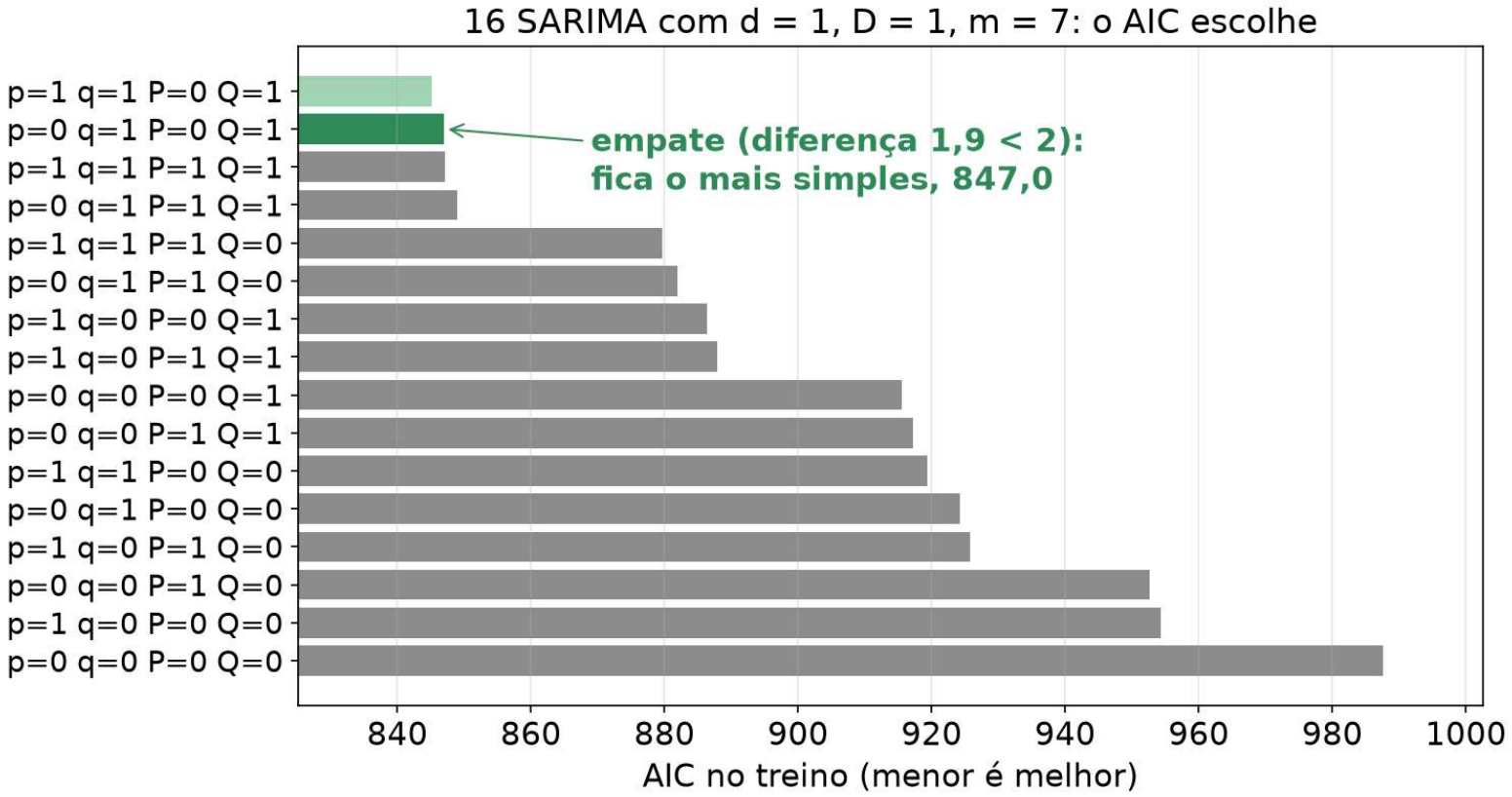
$$\underbrace{(y_t - y_{t-1}) - (y_{t-7} - y_{t-8})}_{d=1 \text{ e } D=1} = \underbrace{\varepsilon_t + \theta\,\varepsilon_{t-1} + \Theta\,\varepsilon_{t-7} + \theta\Theta\,\varepsilon_{t-8}}_{q=1 \text{ e } Q=1}$$

  - Esquerda: a mudança de hoje menos a do mesmo dia da semana passada.
  - Direita: o choque de ontem e o da semana passada.
  - No código: SARIMAX(y, order=(0, 1, 1), seasonal_order=(0, 1, 1, 7)); sem exógenas, é um SARIMA.

Séries Temporais

- Escolher as ordens: o AIC, critério de informação de Akaike

$$\mathrm{AIC} = 2k - 2\ln\hat{\mathcal{L}}$$

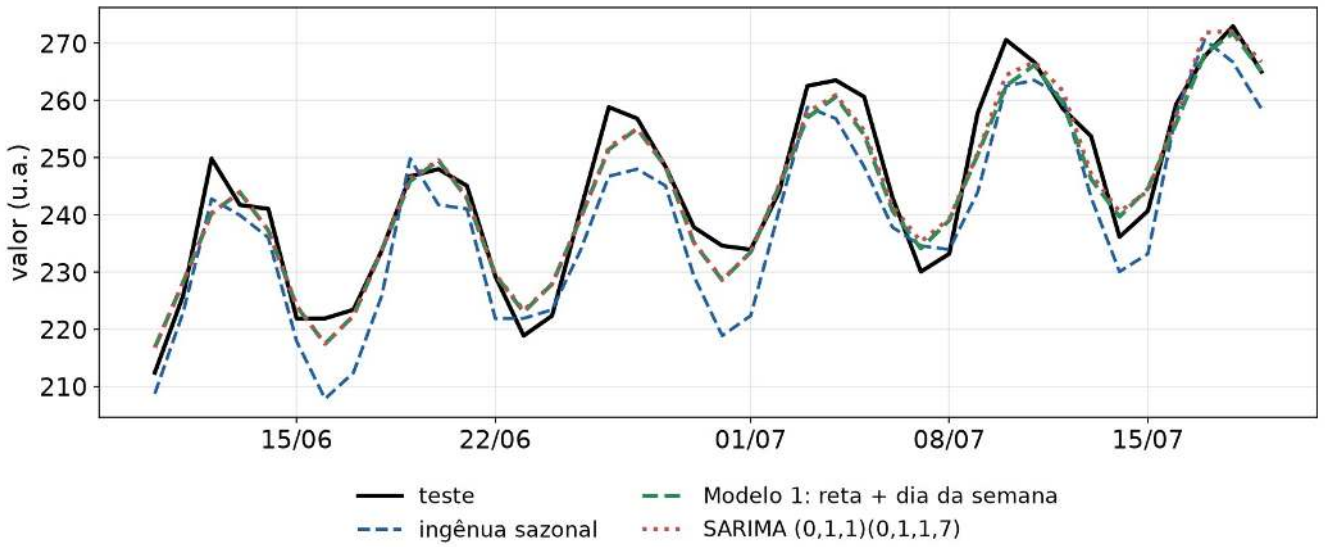


- Ajusta vários candidatos no treino e fica o de menor AIC; quase empatados, o mais simples.

Séries Temporais

- O resultado na série da aula — teste: os últimos 40 dias

modelo	MAE	RMSE	MASE
Modelo 1: reta + dia da semana	**3,23**	**4,11**	**0,52**
SARIMA (0,1,1)(0,1,1,7)	**3,26**	**4,01**	**0,53**
ARIMA (7,1,0)	4,48	5,66	0,72
ingênua sazonal	6,36	7,42	1,02
ARIMA (1,1,1)	8,61	10,46	1,38
ingênua	9,32	11,61	1,50



Séries Temporais

- SARIMAX: o X é de exógena, uma causa conhecida fora da série

$$y_t = \beta\, x_t + \eta_t, \qquad \eta_t \text{ segue um SARIMA}$$

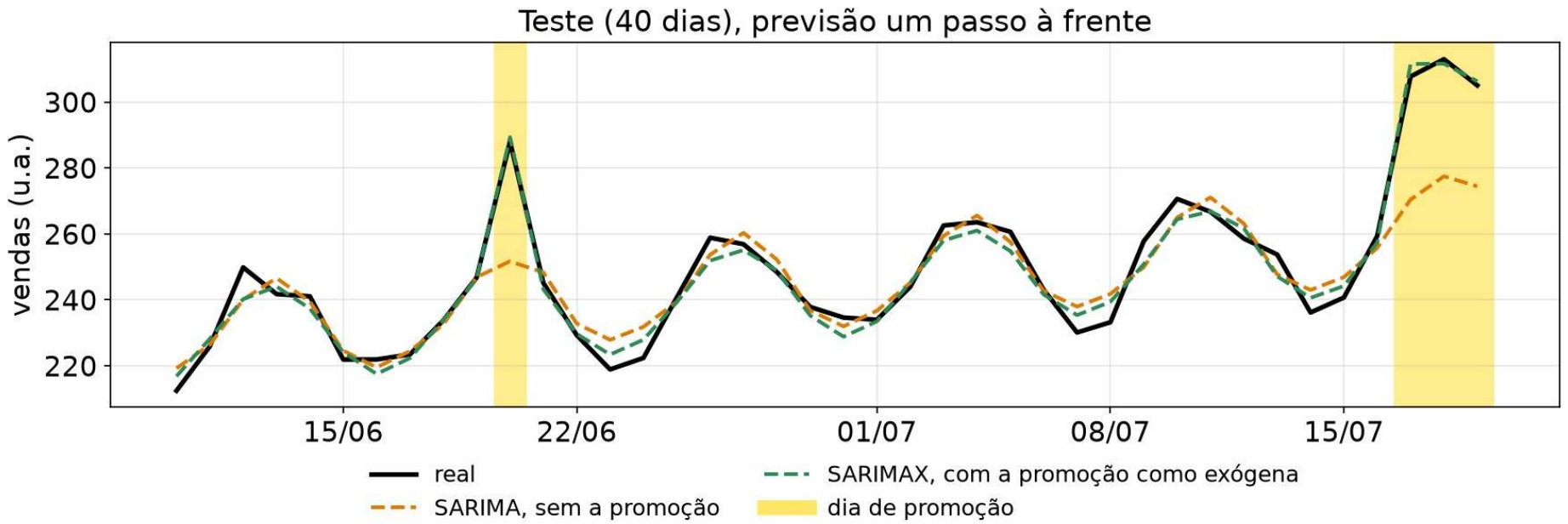
  - A regra que decide tudo: x precisa ser conhecida no instante da previsão.

exemplo	alvo y	exógena x
comércio	vendas diárias	dia de promoção (0 ou 1)
energia	consumo de eletricidade	temperatura prevista e feriados
hidrologia	vazão de um rio	chuva nos dias anteriores
saúde	casos semanais de dengue	chuva de semanas antes
aviação	passageiros por mês	feriados prolongados no mês

Séries Temporais

- Medindo o efeito: a série da aula com promoções

modelo	MASE	erro médio nos dias de promoção	efeito estimado
SARIMA, sem a promoção	0,67	35,0 u.a.	—
SARIMAX, com a promoção	0,30	1,9 u.a.	β = 39,5 (real: 40)



Séries Temporais

- Atividade ST: passageiros aéreos por mês, 1949–1960
  - Olhe a série: tendência, sazonalidade (m = 12), a oscilação cresce? (log)
  - Modelo 1: reta + mês do ano. O que sobra tem memória? (ACF)
  - SARIMA com as ordens pelo AIC; últimos 24 meses como teste, walk-forward.
  - Compare com as ingênuas por MAE, RMSE e MASE.

Séries Temporais

- Vamos agora para o Jupyter!

OBRIGADO

James Moraes de Almeida

ilum.cnpem.br

CNPEM
Centro Nacional de Pesquisa
em Energia e Materiais